



جمهوری اسلامی ایران

وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
شورای عالی برنامه ریزی آموزشی

برنامه درسی



دوره: دکتری

رشته: ریاضی

با زمینه های تخصصی

۱- گراف و ترکیبیات ۲- منطق ریاضی ۳- ریاضیات تصادفی ۴- آنالیز عددی

۵- رمز ۶- کد ۷- ریاضی مالی

گروه برنامه ریزی علوم ریاضی

مصوب جلسه شماره ۸۸۷ مورخ ۱۳۹۶/۰۹/۰۴ شورای عالی برنامه ریزی آموزشی

بسم الله الرحمن الرحيم

عنوان برنامه: دوره دکتری رشته ریاضی

با زمینه های تخصصی: ۱- گراف و ترکیبیات (تدوین) ۲- منطق ریاضی (تدوین) ۳- ریاضیات تصادفی (تدوین)

۴- آنالیز عددی (بازنگری) ۵- رمز (بازنگری) ۶- کد (تدوین) ۷- ریاضی مالی (تدوین)

۱- برنامه درسی دوره دکتری رشته ریاضی در زمینه های ۱- گراف و ترکیبیات ۲- منطق ریاضی ۳- ریاضیات تصادفی ۴- آنالیز عددی ۵- رمز ۶- کد ۷- ریاضی مالی در جلسه شماره ۸۸۷ مورخ ۱۳۹۶/۰۹/۰۴ شورای عالی برنامه ریزی آموزشی به تصویب رسیده است.

۲- برنامه درسی مذکور در سه فصل: مشخصات کلی، جدول واحد های درسی و سرفصل دروس تنظیم شده و برای تمامی دانشگاه ها و مؤسسه های آموزش عالی و پژوهشی کشور که طبق مقررات مصوب وزارت علوم، تحقیقات و فناوری فعالیت می کنند، برای اجرا ابلاغ می شود.

۳- این برنامه درسی از شروع سال تحصیلی ۱۳۹۸-۱۳۹۷ به مدت ۵ سال قابل اجراست و پس از آن نیازمند بازنگری می باشد.

مجتبی شریعتی نیاسر

نایب رئیس شورای عالی برنامه ریزی آموزشی



عبدالرحیم نوده ابراهیم

دبیر شورای عالی برنامه ریزی آموزشی

ر. نوده ابراهیم

برنامه و سرفصل درس‌های دکترای ریاضی

- ریاضی - زیر برنامه آنالیز (آماده تصویب)
- ریاضی - زیر برنامه جبر
- ریاضی - زیر برنامه هندسه و توپولوژی
- ریاضی - زیر برنامه گراف و ترکیبیات (مصوب)
- ریاضی - زیر برنامه منطق ریاضی (مصوب)
- ریاضی - زیر برنامه ریاضیات تصادفی (مصوب)
- ریاضی - زیر برنامه آنالیز عددی (مصوب)
- ریاضی - زیر برنامه بهینه سازی (آماده تصویب)
- ریاضی - زیر برنامه رمز (مصوب)
- ریاضی - زیر برنامه کد (مصوب)
- ریاضی - زیر برنامه ریاضی مالی (مصوب)
- ریاضی - زیر برنامه معادلات دیفرانسیل و سیستم های دینامیکی



مقررات عمومی برنامه دکترای ریاضی

دانش آموختگان این دوره در هر یک از زمینه‌های تخصصی اخذ شده این رشته با رعایت مقررات برنامه مربوطه در برنامه فعلی بدون قید زمینه تخصصی دانش آموخته می‌شوند.

کلیه دانشگاه‌هایی که قبلاً مجوز اجرای رشته به صورت کلی و یا در برخی از زمینه‌های خاص ریاضی را اخذ کرده‌اند می‌توانند در همان زمینه‌هایی که دانشجو گرفته‌اند کماکان اقدام به پذیرش دانشجو نمایند ولی در سایر زمینه‌های جدید و یا زمینه‌هایی که قبلاً مجوز اجرای آن را نداشته‌اند لازم است نسبت به اخذ مجوز با کد رشته محل مجزا اقدام نموده و فقط در صورت احراز شرایط و پس از اخذ مجوز از وزارت عتف نسبت به پذیرش دانشجو با کد رشته محل مختص زمینه تخصصی مربوطه اقدام کنند.

طول دوره و شکل نظام

دوره دکترای ریاضی مطابق با آیین‌نامه جاری دوره‌ی دکترای وزارت عتف است.

تعداد واحدهای دوره

تعداد واحدهای درسی دوره دکترای ریاضی ۳۶ واحد و به قرار زیر است.

درس‌های الزامی:

۶ واحد، شامل دروس اصلی زمینه تخصصی یا زیر زمینه تخصصی با نظر استاد راهنما و دانشکده.

درس‌های تخصصی - انتخابی:

۹ واحد، شامل حداقل یک درس و حداکثر دو درس از جدول شماره ۲ درس‌های تخصصی - انتخابی و حداقل

یک درس با نظر استاد راهنما و تأیید گروه از درس‌های انتخابی یکی از دوره‌های تحصیلات تکمیلی مرتبط.

رساله: ۲۱ واحد

دانشجویان دوره دکترای ریاضی با اخذ دست کم ۶ واحد تمام وقت محسوب می‌شوند.

با توجه به پایه‌ای بودن دروس الزامی زمینه‌های تخصصی و تنوع ورودی‌های دوره‌های دکترای ریاضی به

پیشنهاد گروه آموزشی مربوط و تصویب دانشگاه این دروس به جای ۳ واحد می‌توانند ۴ واحدی اجرا شوند.

در این صورت سقف واحدهای این دوره با این تغییر به ۱۷ واحد درسی و ۱۹ واحد رساله تغییر خواهد یافت.

گروه‌های مجری می‌توانند درس‌های جدیدی را به عنوان درس اختیاری مطابق با روال جاری دانشگاه مصوب و

ارایه دهند.

دانشجو در طول تحصیل خود نمی‌تواند بیش از یک درس با عنوان مباحث ویژه اختیار کند.

دانشجو می‌تواند با نظر استاد راهنما یا دانشکده، از مجموعه درس‌های دوره کارشناسی ارشد که قبلاً نگذرانده

است انتخاب نماید.



دکتری ریاضی



فصل اول

مشخصات دوره دکتری ریاضی - زیر برنامه رمز



مقدمه:

رشته دکتری ریاضی با تخصص رمز یک دوره تحصیلی میان رشته‌ای است که در راستای تربیت دانش‌آموختگانی طراحی شده است که بتوانند در عین حال با آگاهی مناسبی از جنبه‌های کاربردی و عملی سامانه‌های رمزنگاری، با تسلط بر مبانی و اصول نظری مرتبط به مدلسازی، طراحی و تحلیل دقیق این سامانه‌ها بپردازند.

هدف:

اهداف اصلی این دوره عبارتند از:

۱. تربیت متخصصین در حوزه رمز یا توانایی طراحی، تحلیل و مدلسازی سامانه‌های رمزنگاری با استفاده از دانش نظری پیشرفته و به روز در این رشته.
۲. تأمین نیازهای نهادهای سازمان‌ها یا شرکت‌های فعال در این حوزه در سطوح تحلیل، طراحی و توسعه با توجه به الویت‌های کشور
۳. توسعه علم رمز و دستیابی به مرزهای دانش در این رشته یا تأکید بر مبانی بنیادی و ریاضی در به روز ترین سطح بین‌المللی آن

کلیات برنامه:

در این برنامه دروسی در دو جدول، شامل درس‌های اصلی (الزامی) دکتری ریاضی زمینه تخصصی رمز (جدول ۱) و درس‌های تخصصی-انتخابی این دوره (جدول ۲) آورده شده است.

اخذ حداقل دو درس (۶ واحد) از جدول ۱ الزامی است. اخذ حداقل یک درس و حداکثر دو درس (۶ واحد) از جدول ۲ یا مابقی دروس اخذ شده از جدول ۱ الزامی است. ۳ واحد باقی‌مانده دوره یک درس کاملاً اختیاری است که با نظر استاد راهنما و تأیید گروه اخذ خواهد شد.

عنوان دوره: دکترای ریاضی

پیش‌نیاز ورود:

سه درس «الگوریتم و محاسبه»، «نظریه اطلاع و کاربردها» و «رمز ۱» از دروس مقطع کارشناسی ارشد رمز، پیش‌نیاز درسی این دوره هستند و انتظار می‌رود دانشجو در مقطع کارشناسی ارشد آنها را گذرانده باشد. در غیر این صورت بنا به تشخیص استاد راهنما و گروه این دروس می‌توانند به عنوان دروس جبرانی و خارج از تعداد واحدهای مصوب دوره اخذ شوند. در این صورت یک نیمسال به سنوات مجاز تحصیلی دانشجو اضافه خواهد شد.

مواد آزمون تخصصی ورودی (کنکور):



سه درس «الگوریتم و محاسبه»، «نظریه اطلاع و کاربرد» و «رمز ۱» از مقطع کارشناسی ارشد.

فصل دوم

جدول دروس دکتری ریاضی - زیر برنامه رمز



جدول شماره ۱: درس‌های اصلی دکتری ریاضی - زیر برنامه رمز

شماره درس	نام درس	تعداد واحد	پیش‌نیاز
۱	رمزنگاری پیشرفته	۳	
۲	پروتکل‌های رمزنگاشتی پیشرفته	۳	
۳	تحلیل رمز متقارن	۳	

جدول ۲: درس‌های تخصصی-انتخابی دکتری ریاضی - زیر برنامه رمز

شماره درس	نام درس	تعداد واحد	پیش‌نیاز و هم‌نیازها
۱	رمزنگاری مبتنی بر خم‌های بیضوی	۳	
۲	رمزنگاری شبکه مبنا	۳	
۳	حریم خصوصی داده	۳	
۴	محاسبات روی داده رمز شده	۳	
۵	ابزارهای رمزنگاشتی در رایانش ابری	۳	
۶	اثبات‌های نا تراوا	۳	
۷	محاسبه امن چندعاملی	۳	
۸	طرح‌های تسهیم راز	۳	
۹	رای‌گیری الکترونیکی	۳	
۱۰	پول دیجیتال	۳	
۱۱	مبهم‌سازی برنامه	۳	
۱۲	طرح‌های امضای دیجیتال	۳	
۱۳	رمزنگاری و پیچیدگی محاسبه	۳	
۱۴	تصادفی‌سازی در رمزنگاری	۳	
۱۵	مباحث ویژه در رمزنگاری	۳	



فصل سوم

سر فصل دروس دکتری ریاضی - زیر برنامه رمز



عنوان درس		فارسی		رمزنگاری پیشرفته			
		انگلیسی		Advanced Cryptography			
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز			
پایه		اصلی		تخصصی		اختیاری	
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	۳	۴۸
حل تمرین:				نیاز به اجرای پروژه عملی:			

هدف: مقدمه‌ای بر مفاهیم پایه‌ای رمزنگاری، معرفی مولدهای شبه تصادفی و توابع یک‌طرفه، طرح‌های رمزنگاری کلید عمومی

سرفصل‌های درس:

- مرور و تعریف دقیق مفاهیم پایه‌ای: فرضیات و مسائل سخت در رمزنگاری، مسئله لگاریتم گسسته، مسئله تجزیه، مسئله RSA، توابع یک‌طرفه (one-way function)، جایگشت یک‌طرفه (one-way permutation)، جایگشت یک‌طرفه درجه دار (trapdoor)، توابع شبه تصادفی (pseudo-random functions)، مولدهای شبه تصادفی (pseudo-random generators)، استدلال پیوندی (hybrid argument)
- مفاهیم پایه‌ای پیشرفته: تابع یک‌طرفه claw-free، تابع یک‌طرفه enhanced، تابع یک‌طرفه ضعیف و قوی، قضیه تقویت سختی (hardness amplification) و اثبات آن، تابع hardcore و اثبات وجود آن برای هر تابع یک‌طرفه، ساخت تابع و جایگشت شبه تصادفی از روی مولد شبه تصادفی به همراه اثبات، تابع یک‌طرفه جهانی (universal one-way function)، تابع چکیده‌ساز یک‌طرفه جهانی (universal one-way hash function)
- مباحث پیشرفته امضای دیجیتال: تعریف انواع امنیت امضای دیجیتال، طرح امضای دیجیتال Naor-Yung، طرح امضای دیجیتال Dolev-Dwork-Naor
- مباحث پیشرفته رمزنگاری کلید عمومی: تعریف امنیت CCA-1، CCA-2، Non-Malleability و ارتباط آنها، طرح مبتنی بر جایگشت یک‌طرفه درجه دار، طرح رمز کلید عمومی Naor-Yung با امنیت CCA-1، طرح رمز کلید عمومی Dolev-Dwork-Naor با امنیت CCA-2، طرح Cramer-Shoup با امنیت در مدل CCA-2 در مدل استاندارد
- سایر موارد به انتخاب مدرس: طرح‌های هم‌ریخت Pallier و Goldwasser-Micali، سامانه رمزنگاری کلید عمومی آستانه‌ای، سامانه‌های با قابلیت اضافی مانند: رمزنگاری با قابلیت جستجو (PKE with Keyword Search)، رمزنگاری شناسه بنیاد (IBE)، رمزنگاری ویژگی‌یابی (ABE)، رمزنگاری تابعی (FE)

مراجع پیشنهادی



• Books

1. O. Goldreich: Foundations of Cryptography: Volume 1, New York, NY: Cambridge University Press, 2006. (Chapters 1-3)

2. O. Goldreich: Foundations of Cryptography: Volume 2, Basic Applications, New York, NY: Cambridge University Press, 2006. Y. Lindell, J. Katz: Introduction to Modern Cryptography, Chapman Hall/CRC, 2007.
3. Jonathan Katz and Yehuda Lindell. 2014. Introduction to Modern Cryptography, Second Edition (2nd ed.). Chapman & Hall/CRC. (Chapters 5-6)

- **Lecture notes**

4. Jonathan Katz. Advanced topics in cryptography. <http://www.cs.umd.edu/~jkatz/gradcrypto2/scribes.html>
5. 6. Rafael Pass and Abi Shelat. A Course in Cryptography. <https://www.cs.cornell.edu/courses/cs4830/2010fa/lecnotes.pdf>
6. Shafi Goldwasser and Mihir Bellare. Lecture Notes on Cryptography. <https://cseweb.ucsd.edu/~mihir/papers/gb.html>

- **Papers**

7. Mihir Bellare, Anand Desai, David Pointcheval, Phillip Rogaway: Relations Among Notions of Security for Public-Key Encryption Schemes. CRYPTO 1998: 26-45.



عنوان درس		فارسی		پروتکل‌های رمزنگاشتی پیشرفته	
انگلیسی		Advanced Cryptographic Protocols			
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش‌نیاز	
پایه	اصلی	اختیاری	۳	۴۸	
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی
حل تمرین:		نیاز به اجرای پروژه عملی:			

هدف: آشنایی با پروتکل‌های مختلف رمزنگاری

سر فصل های درس:

- پروتکل‌های تعهد (commitment schemes): تعریف ویژگی‌های انقیاد (binding) و پنهان سازی (hiding)، طرح‌های تعهد Feldman و Pedersen و اثبات ویژگی‌های آنها
- اثبات‌های ناتراوا (zero-knowledge proofs): تعریف اثبات‌های تعاملی (interactive proofs) و اثبات‌های ناتراوا، اثبات‌های ناتراوای با واریسی کننده صادق (honest verifier) و ارائه چند مثال
- پروتکل‌های سیگما (Σ -protocols): تعریف پروتکل سیگما و ارتباط آن با پروتکل‌های اثبات‌های ناتراوا، پروتکل Schnorr، پروتکل Chaum-Pederson، ترکیب AND و OR پروتکل‌های سیگما
- پروتکل‌های تبادل کلید: تعریف پروتکل، یادآوری پروتکل Diffie-Hellman و اثبات امنیت آن، پروتکل تبادل کلید احراز اصالت شده
- پروتکل‌های احراز هویت: روش‌های مبتنی بر کلیدواژه (password)، روش‌های مبتنی بر چالش-پاسخ (challenge-response)، روش‌های مبتنی بر اثبات ناتراوا مانند پروتکل‌های Guillou-Quisquater و Schnorr
- پروتکل‌های تسهیم راز: تسهیم راز Shamir، تسهیم راز تصدیق‌پذیر (Verifiable)، پروتکل‌های تسهیم راز تصدیق‌پذیر Pedersen و Feldman
- محاسبه امن دوعاملی و چندعاملی: پروتکل انتقال بی‌اعتنا (oblivious transfer)، پروتکل دوعاملی Yao و پروتکل‌های چندعاملی BGW و GMW
- سایر پروتکل‌ها و مباحث به انتخاب مدرس: رای-گیری الکترونیکی، حراجی (auction)، امضای قرارداد (contract signing)، پرتاب سکه (coin-tossing)، اثبات امنیت پروتکل‌ها و ...

مراجع پیشنهادی

• Books

1. Oded Goldreich. 2006. Foundations of Cryptography: Volume 1. Cambridge University Press, New York, NY, USA. (Chapter 4)



2. Oded Goldreich. 2004. Foundations of Cryptography: Volume 2, Basic Applications. Cambridge University Press, New York, NY, USA. (Chapter7).
3. Berry Schoenmakers, Cryptographic Protocols, 2004, Technische Univer- siteit Eindhoven. (Chapter 5)
4. Carmit Hazay and Yehuda Lindell. Efficient Secure Two-Party Protocols: Techniques and Constructions (1st). 2010, Springer-Verlag New York, Inc., New York, NY, USA. (Chapters 5, 6, 7)

- **Lecture Notes**

1. Shafi Goldwasser and Mihir Bellare. Lecture Notes on Cryptography.
<https://cseweb.ucsd.edu/~mihir/papers/gb.html>



عنوان درس		فارسی	تحلیل رمز متقارن
		انگلیسی	Symmetric Cryptanalysis
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت
پایه		۳	۴۸
اصلی		اختیاری	دروس پیش نیاز
نظری		عملی	نظری
عملی		نظری	عملی
حل تمرین:		نیاز به اجرای پروژه عملی:	

هدف: آشنایی با حملات معروف به سامانه‌های رمزنگاری متقارن

سرفصل‌های درس:

- یادآوری پیش‌نیازها: مفاهیم اصلی موردنیاز از نظریه میدان‌های متناهی و توابع بولی مانند فرم نرمال جبری، تبدیل Hadamard-Walsh، احتمال و آزمون‌های فرض، ثبات‌های انتقال خطی (LFSR)
- یادآوری حملات عام: آزمون‌های آماری، حمله جستجوی فراگیر (brute-force)، حملات بده‌بستان حافظه-زمان-داده (time-memory-data tradeoff)، ملاقات در میانه (meet-in-the-middle)، حملات خطی و تفاضلی، الگوریتم Berlekamp-Massey
- حملات رمزهای جریانی: تحلیل همبستگی (سریع)، جبری، تحلیل حل و تقسیم، حدس و تعیین، مکعبی (cube)، خطی‌سازی، تمایز
- حملات رمزهای قالبی: تحلیل‌های پیشرفته خطی چندگانه (multiple)، چندبعدی (multidimensional) و تحلیل‌های پیشرفته تفاضلی چندگانه، منقطع (truncated)، بومرنگ (boomerang) و مستطیلی (rectangular)، حملات خطی-تفاضلی (linear-differential)
- حملات توابع چکیده‌ساز: حملات بر اساس پارادوکس روز تولد، حملات عمومی مانند چند برخوردی (multi-collision)، herding و long message second preimage، حملات ساختاری مانند حمله Biclick و Rebound
- حملات به اولیه‌های مرتبط: حمله به‌طرح‌های احراز اصالت (MAC) و طرح‌های رمزنگاری احراز اصالت‌شده (authenticated encryption)
- مباحث دیگر به انتخاب مدرس: کاربرد محاسبات کوانتومی در تحلیل رمزهای متقارن، طراحی اولیه‌های متقارن با رویکرد امنیت اثبات‌پذیر و ...

مراجع پیشنهادی

• Books

1. Wu, Chuan-Kun, and D. Feng. Boolean Functions and Their Applications in Cryptography. Springer, 2016.
2. A. Joux, Algorithmic Cryptanalysis, Chapman & Hall/CRC, 2009.
3. J. Katz, Introduction to Modern Cryptography, Chapman Hall/CRC, 2007.



4. Kazuo Sakiyama, Li Yang, and Yu Sasaki, Security of Block Ciphers: From Algorithm Design to Hardware Implementation" wiley 2015
5. L R. Knudsen and M. Robshaw, The Block Cipher Companion. Springer, 2011.

- **Theses**

6. Preneel, Bart. Analysis and design of cryptographic hash functions. Diss. PhD thesis, Katholieke Universiteit Leuven, 1993.
7. Mennink, Bart. Provable security of cryptographic hash functions. Diss. University of Bristol, UK, 2013.
8. Lauridsen, Martin Mehl, Christian Rechberger, and Lars Ramkilde Knudsen. Design and Analysis of Symmetric Primitives. Diss. Technical University of Denmark Danmarks Tekniske Universitet, Department of Applied Mathematics and Computer Science Institut for Matematik og Computer Science, Cryptology Kryptologi, 2015.

- **Papers**

9. Marc Kaplan, Gaëtan Leurent, Anthony Leverrier, María Naya-Plasencia: Breaking Symmetric Cryptosystems Using Quantum Period Finding. CRYPTO (2) 2016: 207-237.



- **Books**

1. S. V. D. Hankerson and A. Menezes: Guide to Elliptic Curve Cryptography, 2004, Springer.
2. J. Hoffstein, J. Pipher and J. H. Silverman: An Introduction to Mathematical Cryptography, 2014, Springer.
3. N. Mrabet, M. Joye: Guide to Pairing-Based Cryptography. Chapman & Hall/CRC (2016).
4. L. Washington: Elliptic Curves: Number Theory and Cryptography, 2nd edition, 2003, Taylor & Francis.

- **Papers**

1. D. Boneh, M. Franklin: Identity-Based Encryption from the Weil Pairing. SIAM J. Comput. 32(3), 586-615 (2003).
2. D. Boneh, H. Shacham, and B. Lynn: Short Signatures from the Weil Pairing. J. Cryptology 17(4), 297-319 (2004).
3. A. Joux: A one Round Protocol for Tripartite Diffie-Hellman. J. Cryptology 17, 263-276 (2004).



عنوان درس		فارسی		رمزنگاری شبکه مبنا					
		انگلیسی		Lattice-based cryptography					
نوع واحد		تعداد واحد		تعداد ساعت		درس پیش نیاز			
پایه	اصلی		تخصصی		اختیاری		۳	۴۸	
	نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی			
	حل تمرین:								

هدف: آشنایی با مفاهیم و تعاریف اولیه، مسائل محاسباتی مطرح و الگوریتم های رمزنگاری مدرن شبکه بنیاد

سر فصل های درس:

- مقدمات: مروری بر فضاهای برداری و زیرفضا، متعامدسازی و الگوریتم گرام-اشمیت، تعریف شبکه (lattice)، ماتریس های یونی مدولار، خواص جبری زیرگروه ماتریس های یونی مدولار و مولدهای گروه، پایه ها و متوازی السطوح بنیادین (fundamental parallelepiped)، نامساوی هادامارد، جسم محدب و قضیه مینکوفسکی، قضیه هرمیت و شهود گاوسی (Gaussian heuristic)
- مسائل محاسباتی در شبکه: «مسئله کوتاه ترین بردار» در شبکه (SVP)، «مسئله نزدیک ترین بردار» در شبکه (CVP)، «مسئله تقریب کوتاه ترین بردار» (SVP)، مسئله تصمیم گیری تقریب کوتاه ترین بردار (Gap-SVP)، مسئله کوتاه ترین بردارهای مستقل خطی (SIVP)، مسئله تقریب کوتاه ترین بردارهای مستقل خطی (SIVP)، مسئله BDD (bounded-distance decoding)، صور دیگر مسائل محاسباتی شبکه
- الگوریتم های کاهش شبکه، پیچیدگی و کران تقریب آنها: الگوریتم enumeration، الگوریتم LLL، الگوریتم Babai، الگوریتم BKZ
- شبکه و رمزنگاری: خانواده توابع یک طرفه، خانواده توابع مقاوم به برخورد (collision resistant)، مفهوم امنیت معنایی (semantic security)، مفاهیم IND-CPA و IND-CCA، رمزنگاری مبتنی بر هویت (IBE) الگوهای سنتی در رمزنگاری مبتنی بر شبکه: رمزنگاری Ajtai-Dwork، رمزنگاری GGH و امضاهای دیجیتالی، رمزنگاری NTRU و گونه های متفاوت آن، رمزنگاری مبتنی بر حلقه های چند جمله ای
- الگوهای مدرن در رمزنگاری مبتنی بر شبکه: تشریح مسئله SIS (shortest integer solution)، تشریح مسئله LWE (learning with error)، تشریح مسئله Ring-LWE، تشریح مسئله تصمیم گیری decision R-LWE، خانواده توابع درهم سازی مبتنی بر شبکه، مطالعه روش های رمزنگاری مبتنی بر هویت شبکه مبنا (Lattice-based IBE)، توابع شبه تصادفی در شبکه
- رمزنگاری کاملاً هم ریخت مبتنی بر شبکه: مفاهیم پایه، رمزنگاری کاملاً هم ریخت مبتنی بر شبکه
- رمزنگاری (abased encryption) ABE
- مروری بر مسائل باز در شبکه

مراجع پیشنهادی

• Books

1. J. Hoffstein, J. Pipher, and J. H. Silverman, An introduction to mathematical cryptography. Vol. 1. New York: springer, 2008.



2. D. Micciancio, S. Goldwasser: Complexity of lattice problems: a cryptographic perspective. Vol. 671. Springer Science & Business Media, 2012.

- **Lecture Notes**

1. D. Micciancio: Lattices in cryptography and cryptanalysis, 2002. Lecture notes of a course given in UC San Diego.

- **Theses**

1. C. Gentry. A fully homomorphic encryption scheme. Ph.D. thesis, Stanford University, 2009

- **Papers**

1. D. Boneh and D. M. Freeman: Linearly Homomorphic Signatures over Binary Fields and New Tools for Lattice-Based Signatures. Public Key Cryptography 2011: 1-16.
2. P. Q. Nguyen, J. Stern: The Two Faces of Lattices in Cryptology. CaLC 2001, 146-180.
3. C. Peikert: A Decade of Lattice Cryptography. Foundations and Trends in Theoretical Computer Science 10(4): 283-424 (2016).



عنوان درس		فارسی		حریم خصوصی داده					
		انگلیسی		Data Privacy					
نوع واحد				تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز			
پایه		اصلی		تخصصی		اختیاری		۳	۴۸
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نیاز به اجرای پروژه عملی:			
حل تمرین:									

هدف: بررسی میزان حریم خصوصی از دست رفته، زمانی که اطلاعاتی از یکپایگاه داده منتشر می‌شود.

سرفصل‌های درس:

- تعریف حریم خصوصی داده و اهمیت آن: بیان اهمیت حریم خصوصی داده با چند مثال و تعریف دقیق حریم خصوصی داده
- مکانیسم حریم خصوصی داده: مکانیسم لاپلاس، مکانیسم ضربی، محدودیت مکانیسم لاپلاس و مکانیسم نمایی، مکانیسمی برای تعداد درخواست‌های شمارشی (Counting Queries) خیلی زیاد
- انتشار تعاملی داده: روش‌های وجودی حریم خصوصی و محدودیت آن‌ها، مکانیسم آستانه‌ای، کنترل تعاملی میزان حریم خصوصی از دست رفته، به روز رسانی ضربی وزن‌ها، مکانیسم تعاملی برای درخواست‌های شمارشی
- مکانیسم‌هایی برای داده‌های حساس: درخواست میانه (median query) و مکانیسم میانه پایدار، subsample و مکانیسم aggregate
- محدودیت‌هایی آماری انتشار خصوصی داده: نویز و درخواست‌های شمارشی، پایگاه‌های داده با سطرهای بزرگ کم
- محدودیت محاسباتی برای داده‌های مصنوعی: سختی تولید پایگاه‌های داده مصنوعی، مکانیسم sanitization
- سختی مکانیسم‌های کارا برای درخواست‌های شمارشی: کدهای اثر انگشت، سطرهای کوتاه و انتشار خصوصی داده، سختی پاسخ خصوصی به درخواست به درخواست‌های شمارشی
- امنیت و حق‌گویی: حراج کالاهای دیجیتال، مکانیسم Vickrey-Clarke-Groves برای پرداخت و رفاه اجتماعی، بهینه‌سازی خصوصی رفاه اجتماعی
- امنیت در یادگیری: یادگیری در مدل PAC و حریم خصوصی، یادگیری برخط با experts
- پیاده‌سازی‌های حریم خصوصی: مکانیسم‌های محلی، مشاهده‌ی دائمی، پیاده‌سازی‌های پان-خصوصی و مکانیسم مجموعه‌های تجمعی پان خصوصی
- تعاریف مختلف حریم خصوصی: ترکیب جمعیت، حریم خصوصی تفاضلی از ترکیب جمعیت، حریم خصوصی داده‌های خارج از محدوده



- **Books**

1. Dwork, Cynthia, and Aaron Roth. "The algorithmic foundations of differential privacy." *Foundations and Trends® in Theoretical Computer Science* 9, no. 3–4 (2014): 211-407
2. Hundepool, Anco, Josep Domingo-Ferrer, Luisa Franconi, Sarah Giessing, Eric Schulte Nordholt, Keith Spicer, and Peter-Paul De Wolf. *Statistical disclosure control*. John Wiley & Sons, 2012.
3. Wiley Duncan et al (2011) *Statistical Confidentiality: Principle and Practice*. Springer

- **Lecture Notes**

4. Andrej Bogdanov. Lecture notes on Data Privacy. www.cse.cuhk.edu.hk/~andrejb/csci5520/
5. Tal Malkin. *Advanced Cryptography (Data Privacy)*. Spring 2010. <http://www.cs.columbia.edu/~tal/6261/SP10/>



عنوان درس		فارسی	محاسبات روی داده رمز شده
		انگلیسی	Computing on Encrypted Data
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت
پایه		اختیاری	۴۸
اصلی		تخصصی	۳
نظری		عملی	نظری
عملی		نظری	عملی
حل تمرین:		نیاز به اجرای پروژه عملی:	

هدف: آشنایی با تکنیک‌های محاسبه روی داده رمز شده، محاسبات امن چندعاملی، رمزنگاری هم‌ریخت و تمام-هم‌ریخت (FHE)، رمزنگاری تابعی

سر فصل‌های درس:

- مقدمه: برون‌سپاری امن محاسبات، طرح‌های رمزگذاری هم‌ریخت: RSA، الجمال، گلدواسر-میکالی، Paillier، مساله LWE
- مبانی ریاضی شبکه‌ها، توابع درجه‌ای روی شبکه‌ها و رمزنگاری شناسه بنیاد
- مساله یادگیری با خطا (نسخه تصمیمی و جست‌وجویی)، روش‌های کاهش جست‌وجویی به تصمیمی، کاهش مساله LWE از بدترین حالت به حالت متوسط، رمزگذاری کلید خصوصی و کلید عمومی مبتنی بر LWE
- نمونه‌گیری از توزیع گاوسی گسسته و رمزنگاری شناسه بنیاد
- تعویض بعد و رمزگذاری نسبتاً هم‌ریخت
- تعویض پیمانه‌ای، FHE سطح‌بندی‌شده، قضیه بوت استرپ (Bootstrapping theorem) و FHE، امنیت مدور طرح‌های رمزگذاری
- برون‌سپاری واریسی‌پذیر محاسبات و معرفی چند پروتکل معروف برای محاسبات با زمان چندجمله‌ای
- مدار درهم ریخته (Garbled Circuit)، حالت دوگان سامانه رمز Regev
- رمزگذاری تابعی، مدارهای درهم ریخته یائو و رمزگذاری تابعی تک‌کلیده
- ساختن رمزنگاری خصیصه بنیاد و رمزنگاری تابعی روی شبکه

مراجع پیشنهادی



• Books

1. Boneh, Dan, Amit Sahai, and Brent Waters. "Functional encryption: Definitions and challenges." Theory of Cryptography Conference. Springer Berlin Heidelberg, 2011.
2. Yi, Xun, Russell Paulet, and Elisa Bertino. Homomorphic encryption and applications. Vol. 3. Berlin: Springer, 2014.

- **Theses**

1. C. Gentry. A fully homomorphic encryption scheme. Ph.D. thesis, Stanford University, 2009

- **Papers**

1. Regev, Oded. "The learning with errors problem." Invited survey in CCC (2010): 15.



- سرویس‌های ذخیره‌سازی: تمرکز بر روش‌های تضمین یکپارچگی خاص این سرویس‌ها نظیر مالکیت اثبات‌پذیر داده (provable data possession)، اثبات قابلیت بازیابی (proof of retrievability)، مقایسه این روش‌ها، روش‌های حذف داده تکراری (data deduplication)، روش‌های حذف داده مورد نظر (data destruction).
- سرویس‌های محاسبه: تمرکز بر رمزگذاری تمام هم‌ریخت، هم‌ریخت ضریبی و جمعی و نحوه محاسبه توابع مختلف، روش‌های تضمین صحت محاسبات شامل، انواع روش‌های محاسبات واریسی‌پذیر (verifiable computation)، اثبات‌های بررسی احتمالی (PCP)، روش‌های رمزگذاری جهت تضمین صحت، اثبات‌های تعاملی و غیر تعاملی.

مراجع پیشنهادی

- **Books:**

1. Stefan Rass , Daniel Slamanig. Cryptography for security and privacy in cloud computing. Artech House publication. 2013.

- **Oline Course**

1. Encrypted Search: <http://cs.brown.edu/~seny/2950-v/>

- **Theses**

1. Muhamad Naveed, secure and practical computation on encrypted data, University of Illinois at Urbana-Champaign, 2016.
2. Justin R. Thaler, Practical Verified Computation with Streaming Interactive Proofs. Harvard University Cambridge, Massachusetts. May 2013.
3. Raluca Ada Popa, Building Practical Systems That Compute on Encrypted Data. Massachusetts Institute of Technology, 2014; 0830542.

- **Papers**

1. Jun Tang, Yong Cui, Qi Li, Kui Ren, Jiangchuan Liu, Rajkumar Buyya: Ensuring Security and Privacy Preservation for Cloud Data Services. ACM Comput. Surv. 49(1): 13:1-13:39 (2016).
2. Christoph Bösch, Pieter H. Hartel, Willem Jonker, Andreas Peter: A Survey of Provably Secure Searchable Encryption. ACM Comput. Surv. 47(2): 18:1-18:51 (2014).



عنوان درس		فارسی		اثبات‌های نا تراوا							
		انگلیسی		Zero-Knowledge Proofs							
نوع واحد		تعداد واحد		تعداد ساعت		دروس پیش‌نیاز					
پایه		اصلی		تخصصی		اختیاری		۳		۴۸	
نظری		نظری		نظری		نظری		عملی			
عملی		عملی		عملی		عملی		عملی			
حل تمرین:		نیاز به اجرای پروژه عملی:									

هدف: معرفی اثبات‌های تعاملی، اثبات‌های ناتراوا، پروتکل‌های سیگما، و معرفی تعریف امنیت با استفاده از شبیه‌ساز

سر فصل های درس:

- مرور مفاهیم پایه‌ای: اثبات‌های تعاملی (interactive proofs)، اثبات‌های ناتراوا (zero-knowledge proofs)، اثبات‌های ناتراوای با واریسی کننده صادق (honest verifier)، معرفی طرح‌های تعهد (commitment schemes)
- مفاهیم پیشرفته‌تر: اثبات برابری $IP=PSPACE$ ، معرفی کلاس‌های ناتراوای کامل (PZK)، آماری (SZK) و محاسباتی (CAK) و ارتباط آنها، استدلال‌های ناتراوا (zero-knowledge arguments)، اثبات‌های ناتراوای غیرتعاملی (Non-Interactive Zero-Knowledge)، الگوی فیات-شامیر (Fiat-Shamir Paradigm)، اثبات‌های با ویژگی تمایز ناپذیری شاهد (witness indistinguishable) و مخفی‌سازی شاهد (witness hiding)، ویژگی ترکیب سری و موازی در اثبات‌های ناتراوا.
- پروتکل‌های سیگما (Σ -protocols): تعریف و ارتباط آن با پروتکل‌های اثبات‌های ناتراوا، پروتکل Schnorr، پروتکل Chaum-Pederson، ترکیب AND و OR پروتکل‌های سیگما
- سایر موارد به انتخاب مدرس: ساخت طرح‌های امضای دیجیتال با استفاده پروتکل‌های سیگما، اشاره به مفهوم پروتکل دوعاملی، مفاهیم اولیه پروتکل‌های انتقال بی‌اعتنا (Oblivious Transfer)، مدار بهم‌ریخته یائو و پروتکل چندعاملی GMW

مراجع پیشنهادی

• Books

5. Oded Goldreich. 2006. Foundations of Cryptography: Volume 1. Cambridge University Press, New York, NY, USA. (Chapter 4)
6. Oded Goldreich. 2004. Foundations of Cryptography: Volume 2, Basic Applications. Cambridge University Press, New York, NY, USA. (Chapter 7).
7. Berry Schoenmakers, Cryptographic Protocols, 2004, Technische Universiteit Eindhoven. (Chapter 5)
8. Carmi Hazay and Yehuda Lindell. Efficient Secure Two-Party Protocols: Techniques and Constructions (1st). 2010, Springer-Verlag New York, Inc., New York, NY, USA. (Chapters 5, 6, 7)



9. Rosen, Alon. Concurrent Zero-Knowledge: With Additional Background by Oded Goldreich. Springer Science & Business Media, 2007. Harvard

- **Lecture notes**

10. Damgård, I. "On Sigma protocols. Notes for Cryptographic Protocol Theory course."
11. Helger Lipmaa. Lecture course on Zero-knowledge and some applications.
<http://kodu.ut.ee/~lipmaa/teaching/Bergen2004.pdf>

- **Papers**

12. Uriel Feige, Adi Shamir: Witness Indistinguishable and Witness Hiding Protocols. STOC 1990: 416-426
13. Oded Goldreich, Hugo Krawczyk: On the Composition of Zero-Knowledge Proof Systems. SIAM J. Comput. 25(1): 169-192 (1996)

- **Theses**

14. Vadhan, Salil Pravin. "A study of statistical zero-knowledge proofs." PhD diss., Massachusetts Institute of Technology, 1999.



عنوان درس		فارسی		محاسبه امن چندعاملی					
		انگلیسی		Secure Multi-Party Computation					
نوع واحد				تعداد واحد		تعداد ساعت		دروس پیش نیاز	
پایه		اصلی		تخصصی		اختیاری		۳	۴۸
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نیاز به اجرای پروژه عملی:			
حل تمرین:									

هدف: آشنایی با انواع پروتکل‌های محاسبات امن دوعاملی و چندعاملی و اثبات امنیت آنها بالاخص در چارچوب ترکیب سراسری

سر فصل‌های درس:

- مفاهیم پایه: معرفی انواع مهاجم‌های فعال (active) و غیرفعال (passive)، مهاجم‌های ایستا (static) و پویا (adaptive)، پروتکل انتقال بی‌اعتنا (Oblivious Transfer) و گسترش آن، پروتکل‌های طرح‌های تسهیم راز
- پروتکل‌های دوعاملی: معرفی پروتکل دو عاملی یائو و مدار درهم ریخته یائو (Yao's garbled circuit)، امنیت پروتکل یائو در حضور انواع مهاجم و اثبات امنیت آن، معرفی روش‌های Cut and Choose برای امنیت پروتکل یائو در حضور حمله‌کننده‌های فعال،
- پروتکل‌های چندعاملی: معرفی پروتکل‌های GMW، BGW و BMR، کامپایلر GMW
- سایر پروتکل‌ها: پروتکل‌های همه‌پختی (Broadcast)، توافق بیزانتین (Byzantine agreement)
- مدل‌های اثبات امنیت: امنیت تنها (stand-alone)، امنیت در چارچوب ترکیب سراسری (Universally Composable Framework)، الگوی دنیای واقعی و دنیای مجازی، عملکرد ایده‌آل،
- سایر مباحث به انتخاب مدرس: گسترش OT و انواع پروتکل‌های مختلف برای آن، انواع پروتکل‌های خاص‌منظوره مانند محاسبه امن اشتراک دو مجموعه، محاسبه امن حاصلضرب داخلی دو بردار، رای‌گیری الکترونیکی، حراجی (Auction)، مدل رشته مرجع مشترک (Common Reference String (CRS))

مراجع پیشنهادی

• Books

1. Ronald Cramer, Ivan Bjerre Damgrd, and Jesper Buus Nielsen. 2015. Secure Multiparty Computation and Secret Sharing (1st ed.). Cambridge University Press, New York, NY, USA. (Chapters 2,3,11).
2. Yehuda Lindell, Composition of Secure Multi-Party Protocols, 2003, 1st, Springer-Verlag Berlin Heidelberg (Chapters 2,3,4).



3. Carmit Hazay and Yehuda Lindell. Efficient Secure Two-Party Protocols: Techniques and Constructions (1st). 2010, Springer-Verlag New York, Inc., New York, NY, USA. (Chapters 5,6,7).
4. Oded Goldreich. 2006. Foundations of Cryptography: Volume 1. Cambridge University Press, New York, NY, USA. (Chapter 4).
5. Oded Goldreich. 2004. Foundations of Cryptography: Volume 2, Basic Applications. Cambridge University Press, New York, NY, USA. (Chapter 5).
6. Yehuda Lindell. Composition of Secure Multi-Party Protocols, A Comprehensive Study. Lecture Notes in Computer Science 2815, Springer 2003, ISBN 3-540-20105-X

- **Online Course**

<http://drona.csa.iisc.ernet.in/~arpita/SecureComputation15.html>

- **Papers**

7. Yehuda Lindell and Benny Pinkas. 2011. Secure two-party computation via cut-and-choose oblivious transfer. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg
8. Yehuda Lindell: How To Simulate It - A Tutorial on the Simulation Proof Technique. IACR Cryptology ePrint Archive 2016: 46 (2016)
9. R. Canetti. 2001. Universally Composable Security: A New Paradigm for Cryptographic Protocols. IEEE Computer Society, Washington, DC, USA, 136-.
10. Mihir Bellare, Viet Tung Hoang, Phillip Rogaway: Foundations of garbled circuits. ACM Conference on Computer and Communications Security 2012: 784-796.



عنوان درس		فارسی		طرح‌های تسهیم راز							
		انگلیسی		Secret Sharing Schemes							
نوع واحد				تعداد واحد		تعداد ساعت		دروس پیش‌نیاز			
پایه		اصلی		تخصصی		اختیاری		۴۸		۳	
نظری		عملی		نظری		عملی					
حل تمرین:		نیاز به اجرای پروژه عملی:									

هدف: مقدمه‌ای بر طرح‌های تسهیم راز، معرفی طرح‌های تسهیم راز تصدیق‌پذیر، ارائه مفاهیم نرخ اطلاعات و میانگین نرخ اطلاعات برای ساختارهای دسترسی و بیان روش‌هایی برای بدست آوردن کران‌های بالایی و پایینی بر روی آن

سر فصل‌های درس:

- مفاهیم پایه‌ای: تسهیم راز آستانه‌ای، تسهیم راز شامیر، ساختارهای دسترسی، ساختارهای دسترسی ناتمام (incomplete/non-perfect)، اثبات وجود طرح‌تسهیم راز برای هر ساختار دسترسی، مفهوم monotone Boolean formula و ارتباط آن با ساختار دسترسی، طرح‌های تسهیم راز خطی، طرح تسهیم راز ramp
- تعریف انواع امنیت: طرح‌های تسهیم راز کامل (PSS)، طرح‌های تسهیم راز آماری (SSS)، طرح‌های تسهیم راز محاسباتی (CSS)، تعریف معادل امنیت کامل با استفاده از مفهوم آنتروپی
- طرح‌های تسهیم راز تصدیق‌پذیر (VSS): معرفی مهاجم فعال (active) و غیر فعال (passive)، پروتکل‌های با قابلیت کشف و شناسایی متخلف، طرح‌های با امنیت محاسباتی Pedersen و Feldman
- نرخ اطلاعات طرح‌های تسهیم راز: تعریف نرخ اطلاعات (information rate) و میانگین نرخ اطلاعات ساختارهای دسترسی، تعیین کران بالایی بر روی (میانگین) نرخ اطلاعات با استفاده از نامساوی‌های اطلاعاتی شانون و غیرشانون، معرفی روش‌های ارائه کران پایینی برای (میانگین) نرخ اطلاعات با استفاده از راهکارهای کلی تجزیه ساختارهای دسترسی مانند λ -تجزیه، λ -تجزیه وزن دار و (λ, w) -تجزیه
- ساختارهای دسترسی ایده‌آل: ساختارهای دسترسی گرافی ایده‌آل، ساختارهای دسترسی القا شده از ماترویدها، قضیه Brickell-Davenport و تعمیم آن
- مباحث پیشرفته: مدل‌های ارتباطی همزمان (synchronous) و غیرهمزمان (asynchronous)، پیچیدگی دور طرح‌های VSS، طرح‌های تصدیق‌پذیر عمومی (publicly verifiable)، تابع دسترسی، ارتباط بین پلی ماترویدها با طرح‌های تسهیم راز، طرح‌های تسهیم راز غیر خطی، رفتار مجانبی نرخ اطلاعات، تسهیم راز مبتنی بر کد
- مروری بر مسائل مطرح در زمینه تسهیم راز

مراجع پیشنهادی:



• Books

1. J. B. Nielsen, I. Damgård, R. Cramer: Secure Multiparty Computation and Secret Sharing Cambridge University Press, 2015. (Part II, Secret Sharing)

2. D.R. Stinson: Cryptography. Theory and practice. Third edition. Discrete Mathematics and its Applications. Chapman & Hall/CRC, 2006. (Chapter 13)

- **Lecture Notes**

3. C. Padró: Lecture notes in secret sharing. Cryptology ePrint Archive 2012/674.

- **Theses**

4. Gennaro, Rosario. "Theory and practice of verifiable secret sharing." PhD diss., Massachusetts Institute of Technology, 1996.
5. O. Farràs. Multipartite Secret Sharing Schemes. PhD diss.UPC (2010)
6. K. M. Martin, Discrete Structures in the Theory of Secret Sharing. Ph. D. Thesis, University of London, (1991).
7. Patra, Arpita. "Studies on Verifiable Secret Sharing, Byzantine Agreement and Multiparty Computation." PhD diss., INDIAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY, MADRAS, 2010.
8. Kumaresan, Ranjit. Broadcast and Verifiable Secret Sharing: New Security Models and Round Optimal Constructions. Diss. 2012.
9. A. Yang. Secret Sharing Schemes and Polymatroids. PhD diss ,NTU (2014).

- **Papers**

10. A. Beimel, Y. Ishai: On the Power of Nonlinear Secret Sharing Schemes, SIAM J. Discrete Math. 19 (2005) 258–280.
11. A. Beimel: Secret-Sharing Schemes: A Survey. IWCC 2011: 11-46.
12. O. Farràs, T. B. Hansen, T. Kaced, and C. Padró: On the Information Ratio of Non-Perfect Secret Sharing Schemes. Cryptology ePrint Archive, Report 2014/124, 2014.



4. Kempka, Carmen. Matters of Coercion-Resistance in Cryptographic Voting Schemes. Diss. Karlsruhe, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Diss., 2014, 2014.
5. Terelius, Björn. Some aspects of cryptographic protocols: with applications in electronic voting and digital watermarking. Diss. KTH Royal Institute of Technology, 2015.

• **Papers**

6. Ben Adida: Helios: Web-based Open-Audit Voting. USENIX Security Symposium 2008: 335-348
7. Chris Culnane, Peter Y. A. Ryan, Steve A. Schneider, Vanessa Teague: vVote: A Verifiable Voting System. ACM Trans. Inf. Syst. Secur. 18(1): 3:1-3:30 (2015)
8. David Chaum, Richard Carback, Jeremy Clark, Aleksander Essex, Stefan Popoveniuc, Ronald L. Rivest, Peter Y. A. Ryan, Emily Shen, Alan T. Sherman: Scantegrity II: End-to-End Verifiability for Optical Scan Election Systems using Invisible Ink Confirmation Codes. EVT 2008
9. Ben Adida, Ronald L. Rivest: Scratch & vote: self-contained paper-based cryptographic voting. WPES 2006: 29-40



پول دیجیتال		فارسی	عنوان درس
Digital Currency		انگلیسی	
نوع واحد	تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز
پایه	اختیاری	۳	۴۸
اصلی	تخصصی		
نظری	نظری	عملی	عملی
نظری	نظری	عملی	عملی
حل تمرین:			نیاز به اجرای پروژه عملی:

هدف: آشنایی با پول دیجیتال (Digital Cash) و رمزپول (Crypto-Currencies)، فراگیری مبانی رمزنگاری آن‌ها، آشنایی با مسائل امنیتی و حفظ حریم خصوصی در حوزه پول دیجیتال، آشنایی با رمزپول بیت‌کوین (Bitcoin) و سایر رمزپول‌های مشابه، آشنایی با تکنولوژی زنجیره بلوکی (Block chain)

سر فصل‌های درس:

- تاریخچه: پول به عنوان یک واسطه، پول با پشتوانه، پول بدون پشتوانه، پیشرفت‌های رمزنگاری در دهه‌های اخیر، ایده و فلسفه پول دیجیتال
- سامانه‌های متمرکز و غیرمتمرکز: فرآیند غیرمتمرکزسازی، مساله جنرال‌های بی‌زانس، مفهوم اجماع، نظریه بازی‌ها و طراحی مکانیزم، اهمیت توجه به انگیزه‌مندی عامل‌ها در سامانه‌های غیرمتمرکز
- سامانه‌های متمرکز و غیرمتمرکز مالی: پول دیجیتال به عنوان یک سامانه مالی متمرکز، رمزپول به عنوان یک سامانه مالی غیرمتمرکز، رمزپول بیت‌کوین، پول اینترنتی، نهادهای نظارتی، قوانین و نظارت‌ها
- پیشنیازهای رمزنگاری: رمزنگاری کلیدعمومی، امضای دیجیتال، امضای کور، توابع چکیده‌ساز، مفهوم اثبات‌کار (proof of work)
- مبانی پول دیجیتال: عرضه پول دیجیتال، تکنیک‌های رمزنگاری، تعریف امنیت، آشنایی با پروتکل‌های معروف و اثبات امنیت آن‌ها، حفظ حریم خصوصی، چالش‌ها و نوآوری‌های حوزه پول دیجیتال
- معرفی رمزپول بیت‌کوین: اصول بیت‌کوین، معدن‌کاوی (mining) و عرضه پول در بیت‌کوین، تراکنش‌ها (transaction) و نحوه تایید آن‌ها، حساب‌های بیت‌کوینی (address)، امنیت و حفظ حریم خصوصی، گمنامی، قابلیت ردیابی، زنجیره بلوکی
- کاربردهای بیت‌کوین: استفاده‌های متنوع از زنجیره بلوک‌ها، آشنایی با سایر رمزپول‌های مشابه بیت‌کوین، قراردادهای هوشمند غیرمتمرکز (smart contract)

مراجع پیشنهادی

• Books

1. Delfs, Hans, Helmut Knebl, and Helmut Knebl. Introduction to cryptography. Vol. 2. Berlin etc.: Springer, 2002. (chapter 5)
2. Franco, Pedro. Understanding Bitcoin: Cryptography, engineering and economics. John Wiley & Sons, 2014.



3. Narayanan, Arvind, et al. Bitcoin and Cryptocurrency Technologies: A Comprehensive Introduction. Princeton University Press, 2016.
4. Rosenberg, Burton, ed. Handbook of financial cryptography and security. Chapman and Hall/CRC, 2010.

- **Online courses**

5. Arvind Narayanan Bitcoin and Cryptocurrency Technologies. <https://www.coursera.org/learn/cryptocurrency>
6. Bitcoin and Cryptocurrencies. Stanford course. <https://crypto.stanford.edu/cs251/>



عنوان درس		فارسی		مبهم‌سازی برنامه					
		انگلیسی		Program Obfuscation					
نوع واحد				تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش‌نیاز			
پایه		اصلی		تخصصی		اختیاری		۳	۴۸
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نیاز به اجرای پروژه عملی:			
حل تمرین:									

هدف: آشنایی با تعاریف و مفاهیم امنیتی مربوط به این حوزه، روش‌های مبهم‌سازی، ابزارهای رمزنگاری، بررسی محدودیت‌ها، مرور پژوهش‌های اخیر، کاربردهای مبهم‌سازی برنامه در رمزنگاری

سر فصل‌های درس:

- تعریف مبهم‌سازی: آشنایی با پیش‌زمینه‌های بحث، نمادگذاری، تعاریف، مبهم‌سازی مبتنی بر مسند (predicate)، مبهم‌سازی مبتنی بر تمایزدهنده (Distinguisher)، مبهم‌سازی Best-Possible
- مفاهیم رمزنگاری مرتبط: رمزنگاری متقارن، رمزنگاری نامتقارن، رمزنگاری خصیصه-مبتنا، رمزنگاری شناسه-مبتنا، رمزگذاری تابعی، محاسبات امن چندعاملی، رمزگذاری شاهددار (witness encryption)
- تعریف امنیت: امنیت خوش‌تعریف (Well-Defined) و مبهم‌سازی کد، امنیت فازی، راحت‌کردن خاصیت پنهان سازی، تعاریف ضعیف‌تر مبهم‌سازی
- نتایج بدست‌آمده: نتایج مثبت (positive result)، نتایج منفی (negative result).
- کاربردهای مبهم‌سازی کد: ساخت رمزگذاری انکار پذیر، ساخت تابع یک‌طرفه، ساخت محاسبات امن چند عاملی با حداکثر دو دور، ساخت رمزگذاری تابعی تطبیقی (adaptively)، ساخت تسهیم راز برای NP، ساخت رمزگذار شاهددار
- مبهم‌سازی در عمل: چارچوب مفسر مبهم‌سازی‌شده، مبهم‌سازی خلاقانه (heuristic)، مبهم‌سازی واژه‌گانی (lexical)، مبهم‌سازی داده، مبهم‌سازی کنترل، مبهم‌سازی، مبهم‌سازی call-flow، یکی‌سازی فرمت فراخوانی، روش ادغام Inter-classes، روش ساختی استخر شیء (Object pool)، افزایش مبهم‌سازی (Obfuscating enhancement)، نتایج عملی

مراجع پیشنهادی

• Theses

1. Varia, Mayank Mayank Harshad. Studies in program obfuscation. Diss. Massachusetts Institute of Technology, 2010.
2. Telang, Sidharth Durgesh. On Program Obfuscation. Diss. Cornell University, 2016.



- **Papers**

3. Sanjam Garg, Craig Gentry, Shai Halevi, Mariana Raykova, Amit Sahai, Brent Waters: Candidate Indistinguishability Obfuscation and Functional Encryption for all circuits. IACR Cryptology ePrint Archive 2013: 451 (2013)
4. Collberg, Christian, Clark Thomborson, and Douglas Low. A taxonomy of obfuscating transformations. Department of Computer Science, The University of Auckland, New Zealand, 1997.
5. Goldwasser, Shafi, and Guy N. Rothblum. "On best-possible obfuscation." Theory of Cryptography Conference. Springer Berlin Heidelberg, 2007
6. Lynn, Benjamin, Manoj Prabhakaran, and Amit Sahai. "Positive results and techniques for obfuscation." International conference on the theory and applications of cryptographic techniques. Springer Berlin Heidelberg, 2004.



عنوان درس		فارسی		طرح‌های امضای دیجیتال			
		انگلیسی		Digital Signature Schemes			
نوع واحد							
پایه		اصلی		تخصصی		اختیاری	
نظری		عملی		نظری		عملی	
حل تمرین:		نیاز به اجرای پروژه عملی:					

هدف: مقدمه‌ای بر مفاهیم امضای دیجیتال و تعریف امنیت آنها، آشنایی با انواع امضاها و معرفی امضاهایی با قابلیت‌های اضافی

سر فصل‌های درس

- مفاهیم پایه‌ای: مقدمه‌ای بر امضاها، تعریف امنیت برای امضاها، تعریف امنیت در مقابل حمله پیام‌تصادفی (RMA)، حمله پیام‌معلوم (KMA) و حمله پیام انتخابی انطباقی (ACM)
- طرح‌های بدون اوراکل‌های تصادفی:
 - امضای یک‌بار مصرف (one-time(OTS): امضای Lamport
 - امضاها با استفاده از امضاها OTS: امضاها chain-based، امضاها tree-based
 - امضاها با استفاده از توابع یک‌طرفه
 - امضاها مبتنی بر فرض RSA: امضای Dwork-Naor، امضای Cramer-Damgard
 - امضاها مبتنی بر فرض قوی RSA: امضای Cramer-Shoup، امضای Fischlin
 - امضاها مبتنی بر نگاشت‌های دوخطی (bilinear): امضای Boneh-Boyen، امضای Waters
- طرح‌های در مدل اوراکل تصادفی:
 - امضای چکیده‌ساز تمام‌دامنه (full-domain hash (FDH)، احتمالاً FDH
 - امضاها مبتنی بر اثبات‌های ناترو و پروتکل‌های سیگما: امضای Schnorr
- طرح‌های امضا با قابلیت‌های اضافی: طرح چندامضایی (multi-signature)، امضای آستانه‌ای (threshold)، امضای on-line/off-line، امضای افزایشی (incremental signature)، امضای کور (blind)، امضای وکالتی (proxy)، امضای جوهر نامرئی (magic ink)، امضای خودتصدیق‌شده (self-certified)، امضای امن پیشرو (forward-secure)، امضای ایست‌خرابی (fail-stop)، امضای پایا (invariant)، امضای غیرقابل انکار (undeniable)، امضای با بازیابی پیام (message recovery)، امضای دسته‌ای (batch)، امضای گروهی (group)، امضای حلقه‌ای (ring)



- **Books**

1. O. Goldreich: Foundations of Cryptography: Volume 1, New York, NY: Cambridge University Press, 2006.
2. O. Goldreich: Foundations of Cryptography: Volume 2, Basic Applications, New York, NY, Cambridge University Press, 2006. (Chapter 2)
3. J. Katz, Digital Signatures, Springer, 2010.

- **Papers**

1. D. Chaum: Blind Signatures for Untraceable Payments. CRYPTO 1982, 199-203.
2. D. Chaum, H. V. Antwerpen: Undeniable Signatures. CRYPTO 1989, 212-216.
3. K. Nyberg, R. A. Rueppel: Message Recovery for Signature Schemes Based on the Discrete Logarithm Problem. Des. Codes Cryptography 7(1-2), 61-81 (1996).



عنوان درس		فارسی	رمزنگاری و پیچیدگی محاسبه					
		انگلیسی	Cryptography and Complexity					
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز				
پایه	اصلی	تخصصی	اختیاری	۳	۴۸	حل تمرین:		
						نیاز به اجرای پروژه عملی:		
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی			

هدف: روش های پیچیدگی محاسبه در رمزنگاری و برعکس، محدودیت در اثبات های رمزنگاری، نحوه غلبه بر محدودیت های روش های معمول

سر فصل های درس:

- مروری بر مدل های محاسبه: مدل یکنواخت (ماشین تورینگ)، مدل غیر یکنواخت (مدارها، ماشین های تورینگ غیر خطی)
- مروری بر تعاریف و تحویل های اولیه رمزنگاری: توابع یک طرفه، توابع شبه تصادفی، مولدهای شبه تصادفی و hardness amplification.
- مدل کردن تحویل مساله: مدل کاملاً جعبه سیاه، مدل نیمه جعبه سیاه، مدل جعبه سیاه ضعیف، مدل relativized، مدل دو اراکلی
- نتایج منفی برای مدل های یکنواخت: غیرممکن بودن تحویل مسائل زیر
 - توافق کلید به تابع یک طرفه و توابع درهم ساز برخورد تاب
 - تابع یک طرفه برخورد تاب به جایگشت یک طرفه
 - توافق کلید ۲ نفره با k-pass، به توافق کلید ۲ نفره با (k-1)-pass.
- نتایج منفی برای مدل های غیر یکنواخت: لم بازسازی Gennaro-Trevisan، محدودیت در بهینه سازی مولدهای شبه تصادفی ساخته شده از جایگشت یک طرفه، محدودیت در بهینه سازی توابع درهم ساز یک طرفه جهانی ساخته شده از جای گشت یک طرفه، محدودیت در بهینه سازی امضای دیجیتال ساخته شده از جایگشت یک طرفه دریچه دار، محدودیت در بهینه سازی رمزنگاری کلید عمومی ساخته شده از جایگشت یک طرفه دریچه دار
- تحویل های جبری و محدودیت ها: مدل عمومی گروه ها، سختی مسائل لگاریتم گسسته و دیفی- هلمن محاسباتی و تصمیمی در مدل عمومی گروه ها، سختی تحویل لگاریتم گسسته به دیفی- هلمن محاسباتی در مدل عمومی گروه ها، میدان های جعبه سیاه و تحویل زیر نمایی (sub-exponential) مساله لگاریتم گسسته به دیفی- هلمن محاسباتی، مدل های مدرج، برنامه های خط مستقیم (straight line programs)، مساله ی Low Exponent RSA، تجزیه اعداد، رده بندی اولیه های رمزنگاری، تعیین جایگاه و قدرت اولیه های رمزنگاری نسبت به یکدیگر و جایگاه گزاره های $P \neq NP$ و $BPP \neq NP$ ، مولدهای شبه تصادفی، عصاره گیری از متغیرهای تصادفی و Derandomization، جایگزین کردن بیت های تصادفی در الگوریتم های تصادفی با



خروجی مولدهای شبه تصادفی، مولدهای شبه تصادفی با زمان اجرای بیشتر از حمله کننده، ساختن مولدهای شبه تصادفی از توابع یکطرفه و عصاره‌گیری از متغیرهای تصادفی

- مباحث انتخابی توسط مدرس: پیچیدگی بدبینانه (worst case complexity) و رمزنگاری: Worst case EXP و مولدهای شبه تصادفی. Worst case EXP و ZK argument های جهانی، اثبات اینکه هر ساختار کاملاً جعبه سیاه مولد شبه تصادفی از توابع یکطرفه یک عصاره‌گیر است، محدودیت رمزنگاری میتنی بر NP-hardness، مهم‌سازی برنامه‌ها، غلبه بر محدودیت‌های روش‌های جعبه سیاه با استفاده از روش‌های غیر جعبه سیاه و کاربرد در رمزنگاری resettable.

مراجع پیشنهادی

• Books

1. Talbot, John, and Dominic James Anthony Welsh. Complexity and cryptography: an introduction. Vol. 13. Cambridge University Press, 2006.

• Theses

1. Barak, Boaz. Non-black-box techniques in cryptography. Diss. Weizmann Institute of Science, 2004.
2. Dachman-Soled, Dana. On Black-Box Complexity and Adaptive, Universal Composability of Cryptographic Tasks. Columbia University, 2011.
3. Jager, Tibor. Black-Box Models of Computation in Cryptology. Springer Science & Business Media, 2012.
4. Mohammad Mahmoody Studies in the Efficiency and (versus) Security of Cryptographic Tasks Ph.D. Thesis, Princeton University, 2010.

• Lecture Notes

1. Vadhan, Salil P. "Pseudorandomness." Foundations and Trends® in Theoretical Computer Science 7.1-3 (2012): 1-336.
2. Bogdanov, Andrej, and Luca Trevisan. "Average-case complexity." Foundations and Trends® in Theoretical Computer Science 2.1 (2006): 1-106.

• Papers

1. Omer Reingold, Luca Trevisan, Salil P. Vadhan: Notions of Reducibility between Cryptographic Primitives. TCC 2004: 1-20
2. Iftach Haitner, Jonathan J. Hoch, Omer Reingold, Gil Segev: Finding Collisions in Interactive Protocols - Tight Lower Bounds on the Round and Communication Complexities of Statistically Hiding Commitments. SIAM J. Comput. 44(1): 193-242 (2015)
3. Dan Boneh, Richard J. Lipton: Algorithms for Black-Box Fields and their Application to Cryptography (Extended Abstract). CRYPTO1996: 283-297



عنوان درس		فارسی	تصادفی سازی در رمزنگاری					
Randomness in cryptography		انگلیسی						
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز				
پایه	اصلی	تخصصی	اختیاری	۳	۴۸	حل تمرین:		
						نیاز به اجرای پروژه عملی:		
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی			

هدف: هدف اصلی درس بررسی لزوم، به کارگیری و تحلیل منابع مولد تصادفی در علم رمزنگاری است.

سر فصل های درس:

- یاد آوری مفاهیم اصلی احتمال، تعریف منبع مولد تصادفی و مفاهیم اولیه از نظریه محاسبه و نظریه اطلاعات
- کاربردهای مولدهای تصادفی در رمزنگاری: وابستگی امنیت به کاربرد مولد تصادفی، نقش تصادف در تولید کلید، نقش مولدهای تصادفی در Masking، نقش توزیع احتمال مولد تصادفی در امنیت و امنیت توزیع یکنواخت یا تاکید در اینکه در عمل توزیع احتمال یکنواخت در دسترس نیست.
- بحث در مورد امنیت نظریه اطلاعاتی و امنیت محاسباتی و بررسی نقش تصادف در این دو امنیت، مفهوم آنتروپی در تحلیل منابع تصادفی و امنیت
- نقش مولدهای تصادفی در طراحی الگوریتم های تصادفی و امنیت آن در طراحی حملات (با مثال)، بحث مختصر در نقش تصادف در امنیت از نظر پیچیدگی محاسبه، کلاس های BPP، NP و اثبات های ZK
- کاربرد و طراحی Extractor ها: روش های ساخت کلاسیک و نحوه استفاده از leftover hash lemma مقایسه با سناریوی امنیت شانون (نظریه اطلاعاتی) و کاربرد آنتروپی
- ارائه روش ساخت حداقل یک یا دو اولیه رمزنگاری مبتنی بر Extractor ها
- بحث خاص: در حد زمان باقی مانده
- منابع غیر ایده آل در رمزنگاری و انواع آن ها (از لحاظ مدل) مشکلات
- بررسی امنیت مبتنی بر منابع غیر ایده آل و نشان دادن عدم کفایت آن ها (حداقل چند مدل)
- بحث در مورد رابطه Extractability با اولیه های رمزنگاری
- امنیت منابع در حملات کانال جانبی و رمزنگاری نشست تاب (Leakage resilient)

مراجع پیشنهادی

1. Online course

Yevgeniy Dodis. Randomness in Cryptography.

<http://cs.nyu.edu/~dodis/randomness-in-crypto/>



2. Papers

1. D. Dachman-Soled, R. Gennaro, H. Krawczyk, T. Malkin. Computational Extractors and Pseudorandomness in TCC 2012.
2. Y. Dodis, R. Ostrovsky, L. Reyzin, and A. Smith. Fuzzy extractors: how to generate strong keys from biometrics and other noisy data. In EUROCRYPT 2004.
3. J. Kamo, D. Zuckerman. Deterministic Extractors for Bit-Fixing Sources and Exposure-Resilient Cryptography. In SICOMP 2006.



عنوان درس		فارسی		مباحث ویژه در رمز نگاری							
		انگلیسی		Special Topics in Cryptography							
نوع واحد				تعداد		تعداد		درس پیش نیاز			
				واحد		ساعت					
پایه		اصلی		تخصصی		اختیاری		۳		۴۸	
		نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی				
حل تمرین:								نیاز به اجرای پروژه عملی:			

درسی است در سطح دکتری در زمینه رمز که سرفصل آن بر حسب امکانات و نیاز در نیم سال مورد نظر توسط استاد مربوطه پیشنهاد شده و پس از تصویب شورای تحصیلات تکمیلی گروه و دانشکده ارائه می شود.



دکتری ریاضی

(زیر برنامه منطق ریاضی)



فصل اول

مشخصات دوره دکتری ریاضی - زیر برنامه منطق ریاضی



مقدمه

منطق ریاضی در اواخر قرن نوزدهم و اوایل قرن بیستم میلادی ضمن کوشش فیلسوف-ریاضیدانانی چون فرگه و راسل برای حل مسائل موجود در مبانی ریاضیات به وجود آمد و با تلاش ریاضیدانان بزرگی چون هیلبرت، گودل و تارسکی شکوفا شد. دهه ۱۹۴۰ میلادی شاهد رشد شاخه‌های اصلی منطق ریاضی مانند نظریه برهان، نظریه محاسبه‌پذیری، نظریه مدل و نظریه مجموعه بود. یک محصول جانبی ولی بسیار با ارزش این تلاش‌ها که در راستای بررسی تصمیم‌پذیری دستگاه‌های مختلف منطقی و ریاضی به دست آمد، معرفی نخستین ماشین‌های محاسب صوری از قبیل ماشین تورینگ بود. این موضوع نه تنها منجر به شکل‌گیری بخش مهم نظریه محاسبه‌پذیری (نظریه بازگشت) از منطق ریاضی شد، بلکه موجب ساخت کامپیوترهای امروزی و پیدایش علوم کامپیوتر نظری نیز شد. در سال‌های اخیر کاربردهای منطق در علوم کامپیوتر آنچنان فراگیر شده که اهمیت آن را با اهمیت حساب دیفرانسیل و انتگرال در علم فیزیک مقایسه می‌کنند.

هدف:

هدف از این دوره رسیدن به مرزهای دانش در یکی از بخش‌های منطق یا کاربردهای آن و انجام پژوهش اصیل در آن قسمت است.

نقش و توانایی:

منطق ریاضی یکی از شاخه‌های مهم ریاضیات است و قسمت‌های مختلف آن کاربردها و ارتباط‌های اساسی با بخش‌های مختلف ریاضیات و همچنین علوم نظری کامپیوتر دارند. فارغ‌التحصیلان این دوره علاوه بر توانایی جذب شدن به عنوان عضو هیئت علمی در گروه‌های آموزشی یا پژوهشی ریاضی، با توجه به دروس اخذ کرده و زمینه پژوهشی رساله خود، امکان کار به عنوان عضو هیئت علمی در گروه‌های علوم کامپیوتر را نیز دارند.

ضرورت و اهمیت:

منطق ریاضی یکی از شاخه‌های ریاضیات است که علاوه بر داشتن کاربردهای مختلف در قسمت‌های دیگر ریاضیات، در بررسی بنیادهای ریاضیات و سوال‌های مربوط به مبانی آن نقش اساسی دارد. به علاوه استفاده از منطق در علوم کامپیوتر امروزه به ابزاری غیر قابل صرف نظر کردن تبدیل شده است. به این ترتیب انتظار می‌رود فارغ‌التحصیلان این دوره بتوانند سهم مهمی در تحقق هدف اساسی تقویت تأثیرگذاری ریاضیات در خارج از این رشته ایفا کنند.

کلیات برنامه:

برنامه آموزشی دوره دکتری ریاضی (منطق ریاضی) شامل پنج درس متشکل از دو درس الزامی و سه درس تخصصی-اختیاری است. درس‌های الزامی شامل دو درس از میان چهار درس نظریه برهان، نظریه محاسبه‌پذیری، نظریه مدل و نظریه مجموعه خواهد بود. این چهار درس، چهار بخش مختلف منطق ریاضی را پوشش می‌دهند و انتظار می‌رود که فارغ‌التحصیلان دکتری ریاضی (منطق ریاضی) در حداقل دو تا از این گرایش‌ها درس گذرانده باشند. در صورت اخذ این دو درس در دوره کارشناسی ارشد، دانشجویان می‌توانند به جای آنها از میان دیگر دروس تخصصی - انتخابی این گرایش درس‌هایی را با نظر استاد راهنما بگذرانند. برنامه پژوهشی این دوره ۲۱ واحد است که به تگارش یک رساله اختصاص دارد. رساله شامل پژوهش اصیل در یکی از بخش‌های منطق ریاضی یا کاربردهای آن خواهد بود.

عنوان دوره: دکترای ریاضی

پیشنیاز ورود: دارا بودن مدرک کارشناسی ارشد در یکی از رشته‌های مجموعه علوم ریاضی

مواد آزمون ورودی (کنکور): درس منطق ریاضی و یکی دیگر از دروس الزامی دوره کارشناسی ارشد رشته ریاضیات و کاربردها



فصل دوم

جدول دروس دکتری ریاضی - زیر برنامه منطق ریاضی



جدول شماره ۱: درس های اصلی - زیر برنامه منطق ریاضی

شماره درس	نام درس	تعداد واحد	پیش نیاز و هم نیازها
۱	نظریه برهان	۳	منطق ریاضی
۲	نظریه محاسبه پذیری	۳	منطق ریاضی
۳	نظریه مدل	۳	اجازه گروه
۴	نظریه مجموعه	۳	اجازه گروه

- انتخاب ۶ واحد از جدول فوق به عنوان دروس اصلی زمینه تخصصی با نظر استاد راهنما و دانشکده.
- دانشجو می تواند سایر دروس جدول فوق را به عنوان درس تخصصی - انتخابی خود انتخاب کند

جدول شماره ۲: درس های تخصصی- انتخابی دکتری ریاضی - زیر برنامه منطق ریاضی

شماره درس	نام درس	تعداد واحد	پیش نیاز و هم نیازها
۱	آنالیز نالاستاندارد	۳	اجازه گروه
۲	منطق محاسباتی	۳	منطق ریاضی
۳	نظریه مجموعه های فازی و منطق فازی	۳	ندارد
۴	آنالیز محاسبه پذیر	۳	نظریه محاسبه پذیری
۵	جبر جامع	۳	ندارد
۶	نظریه رسته و توپوس	۳	ندارد
۷	نظریه شبکه	۳	ندارد
۸	ساختارهای جبری مرتب	۳	ندارد
۹	منطق شهودی	۳	منطق ریاضی
۱۰	منطق وجهی	۳	منطق ریاضی
۱۱	منطق فازی پیشرفته	۳	منطق ریاضی
۱۲	فلسفه ریاضی	۳	منطق ریاضی
۱۳	نظریه پیشرفته مدل	۳	نظریه مدل
۱۴	نظریه پیشرفته مجموعه	۳	نظریه مجموعه
۱۵	مدل های نالاستاندارد حساب	۳	منطق ریاضی، نظریه مدل
۱۶	منطق و محاسبه	۳	منطق ریاضی
۱۷	نظریه پیشرفته محاسبه پذیری	۳	نظریه محاسبه پذیری
۱۸	نظریه پیشرفته برهان	۳	نظریه برهان
۱۹	منطق جبری	۳	اجازه گروه
۲۰	مباحث ویژه در منطق ریاضی	۳	اجازه گروه



فصل سوم

سر فصل دروس دکتری ریاضی - زیر برنامه منطق ریاضی



عنوان درس		فارسی	نظریه برهان			
		انگلیسی	Proof Theory			
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز		
الزامی	اختیاری	جبرانی	۳	۴۸	منطق ریاضی	
						نظری
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد				

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی با مقدمات نظریه برهان که یکی از قسمت‌های اصلی منطق ریاضی است، می‌باشد.

سرفصل‌های درس:

مروری بردستگاه‌های مختلف اثباتی نظیر هیلبرتی، استنتاج طبیعی و حساب رشته‌ای، حساب رشته‌ای برای منطق کلاسیک، قضیه حذف برش، خاصیت زیرفرمولی، حساب رشته‌ای برای منطق شهودی، قضیه هربراند، قضیه درون‌یابی، قضیه سازگاری گنتزن، مقدمه‌ای بر نظریه برهان حساب مرتبه اول.

مراجع پیشنهادی:

1. Jean-Yves Girard, **Proof Theory and Logical Complexity**, Volume 1, Bibliopolis, 1987.
2. Sara Negri and Jan van Plato, **Structural Proof Theory**, Cambridge University Press, 2001.
3. G. Takeuti, **Proof Theory**, 2nd ed., Dover Publications, 2013 (ISBN: 9780486490731)



عنوان درس		فارسی	نظریه محاسبه پذیری
		انگلیسی	Computability Theory
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعات
		۳	۴۸
الزامی	نظری	عملی	اختیاری
	نظری	عملی	جبرانی
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد	
منطق ریاضی			

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی مقدماتی با نظریه محاسبه پذیری (نظریه بازگشت) است. نظریه محاسبه پذیری یکی از شاخه های اصلی منطق ریاضی است و علاوه بر کاربردهای فراوانی در علوم کامپیوتر دارد.

سرفصل های درس:

مفهوم شهودی محاسبه پذیری و الگوریتم، مدل های ریاضی الگوریتم مانند ماشین تورینگ و ماشین رجیستری، توابع بازگشتی ابتدایی، توابع بازگشتی (جزئی)، فرضیه چرچ، مجموعه های شمار پذیر کارآمد، تصمیم ناپذیری مسأله توقف، تحویل های چند به یک و تورینگ، درجات حل ناپذیری، قضیه نقطه ثابت، قضیه رایس، مجموعه های خلاق، مجموعه های ساده و m -ناکامل بودن آن ها، سلسله مراتب حسابی و برخی مثال ها، عملگر جهش.

مراجع پیشنهادی:

1. S. B. Cooper, **Computability Theory**, Chapman & Hall/CRC Mathematics Series, 2004.
2. H.B. Enderton, **Computability Theory: an introduction to recursion theory**, Academic Press, 2010 (ISBN: 9780123849588)
- 3- A. Shen and N.K. Vereshchagin, **Computable Functions**, American Mathematical Society, 2002. (ISBN: 9780821827321)



عنوان درس		فارسی	نظریه مدل
		انگلیسی	Model Theory
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعات
		پیش نیاز	درس
الزامی		اختیاری	جبرانی
نظری	عملی	نظری	عملی
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد	
		۳	۴۸
		اجازه گروه	

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی با نظریه مدل که یکی از شاخه‌های اصلی منطق ریاضی است، می‌باشد. نظریه مدل کاربردهای زیادی در سایر شاخه‌های ریاضیات دارد.

سرفصل‌های درس:

زبان، فرمول، مدل، صدق (satisfaction)، قضیه فشردگی یا روش ساختن هنکین، فرضیه، قضیه‌های لوونهایم-اسکولم فروسو و فراسو، آزمون تارسکی، کامل بودن، جازم بودن، آزمون وات، تعریف‌پذیری، چنداگر (quantifier)، نظریه‌های مجموعه‌های مرتب چگال، گراف‌های تصادفی، میدان‌های بسته جبری و میدان‌های بسته حقیقی، کمینگی قوی، ترتیب-کمینگی.

مراجع پیشنهادی:

1. K. Tent, M. Ziegler, **A Course in Model Theory**, Cambridge University Press, 2012
2. C.C. Chang, H. Jerome Keisler, **Model Theory**, North-Holland, 1990
3. D. Marker, **Model Theory: An Introduction**, Springer-Verlag, 2002
4. A. Marcja, C. Toffalori, **A Guide to Classical and Modern Model Theory**, Kluwer Academic Publishers, 2003
5. M. Manzano, **Model Theory**, Oxford University Press, 1999
6. P. Rothmaler, **Introduction to Model Theory**, Taylor and Francis, 2000.



عنوان درس		فارسی	نظریه مجموعه
		انگلیسی	Set Theory
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعات
		۳	۴۸
الزامی	نظری	عملی	اختیاری
	نظری	عملی	جبرانی
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد	

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی با نظریه مجموعه می باشد که علاوه بر این که یکی از شاخه های اصلی منطق ریاضی است و کاربردهای متفاوتی در ریاضیات دارد، نقش مهمی نیز در مطالعه بنیادهای ریاضیات ایفا می کند.

سرفصل های درس:

پنداشت های ZFC، حساب اردینال ها، حساب کاردینال ها، کاردینال های دست نیافتنی و برهان ناپذیری وجود و سازگاری آن ها، فروپاشی (collapsing) موستائوسکی، اصل بازتاب، عمل های گودل، مدل های تراییبی، اوستی (absoluteness)، جهان ساخت پذیر، سازگاری ZFC با $V=L$ و GCH.

مراجع پیشنهادی:

1. K. Ciesielski, *Set Theory for Working Mathematicians*, Cambridge, 1997
2. T. Jech, *Set theory*, Springer, 2013
3. K. Kunen, *Set Theory, an Introduction to Independence Proofs*, North-Holland, 1992
4. R.M. Smullyan, M. Fitting, *Set Theory and the Continuum Problem*, Oxford, 1996.



عنوان درس		فارسی	آنالیز ناستاندارد
		انگلیسی	Nonstandard Analysis
نوع واحد	تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز
الزامی	اختیاری	جبرانی	
نظری	عملی	نظری	عملی
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد	

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی با آنالیز ناستاندارد و کاربردهای آن در آنالیز ریاضی استاندارد می باشد.

سرفصل های درس:

همساختن فراتوانی عددهای ابر حقیقی، عددهای بی نهایت بزرگ و بی نهایت کوچک، اصل تراوژ (transfer)، همگرایی دنباله ها و سری های عددی و تابعی، پیوستگی، مشتق و انتگرال از دیدگاه ناستاندارد، مجموعه ها و تابع های درونی در R ، جهان ناستاندارد، مجموعه های درونی، برونی و ابر متناهی، ماندگاری (permanence)، اندازه لوب.

مراجع پیشنهادی:

- 1- J. L. Bell, **A Primer of Infinitesimal Analysis**, Cambridge University Press, 2008.
(ISBN: 9780521887182)
- 2- M. Davis, **Applied Nonstandard Analysis**, Dover Publications, 2005.
(ISBN: 9780486442297)
- 3- V. Kanovei and M. Reeken, **Nonstandard Analysis - Axiomatically**, Springer, 2010.
(ISBN:9783642060779)



منطق محاسباتی					فارسی	عنوان	
Computational Logic					انگلیسی	درس	
دروس	تعداد	تعداد	نوع واحد				
پیش نیاز	ساعت	واحد					
منطق ریاضی	۴۸	۳	جبرانی		اختیاری		الزامی
			عملی	نظری	عملی	نظری	عملی
نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد					حل تمرین: ندارد		

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی با جنبه‌های محاسباتی منطق و روش‌های اثبات خودکار است.

سرفصل‌های درس:

منطق گزاره‌ها، شکل‌های نرمال، مسأله ارضاپذیری، قواعد دیویس و پاتنام، رزولوشن، شکل‌های پیشوندی، اسکولمی کردن فرمول‌ها، قضیه هربراند، یکسان‌سازی، قضایای ناتمامیت گودل.

مراجع پیشنهادی:

1. M. Fitting, **First-order Logic and Automated Theorem Proving**, Springer-Verlag, 1996.
2. M. Ben-Ari, **Mathematical Logic for Computer Science**, 3rd ed., Springer, 2012. (ISBN: 9781447141280)
- 4- M. Tarver, **Logic, Proof and Computation**, Upfront Publishing, 2014. (ISBN: 9781784561277)



عنوان درس		فارسی	نظریه مجموعه‌های فازی و منطق فازی							
		انگلیسی	Fuzzy Set Theory and Fuzzy Logic							
		نوع واحد						تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز
الزامی		اختیاری		جبرانی		۳		۴۸	ندارد	
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی					
حل تمرین: ندارد							نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد			

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی با نظریه مجموعه‌ها و منطق فازی به معنای عام است که دارای کاربردهای متنوعی در شاخه‌های مختلف مهندسی است.

سرفصل‌های درس:

مجموعه‌های فازی، برش‌های مجموعه‌های فازی، نمایش‌های مختلف مجموعه‌های فازی، اعداد فازی، متغیرهای زبانی، رابطه‌های فازی، تابع‌های فازی، منطق فازی مقدماتی، استدلال تقریبی، شرطی‌های فازی، مقدمه‌ای بر کنترل فازی و برخی کاربردهای دیگر منطق فازی.

مراجع پیشنهادی:

1. H. T-Nguyen, E. A. Walker, **A First Course in Fuzzy Logic**, Third Edition, Chapman & Hall/CRC Taylor Francis Groups, 2006.
2. G. J. Klir, Bo Yuan, **Fuzzy Sets and Fuzzy Logic (Theory and Applications)**, Prentice Hall, 1995.
3. Kwang H. Lee, **First Course on Fuzzy Theory and Applications**, Springer, 2005.



فارسی				عنوان			
آنالیز محاسبه پذیر				درس			
Computable Analysis				انگلیسی			
نوع واحد	تعداد واحد	تعداد ساعت	پیش نیاز	درس			
				نظریه محاسبه پذیری			
الزامی	اختیاری	جبرانی	نظری	عملی	نظری	عملی	نظری
۴۸	۳						
حل تمرین: ندارد				نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد			

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی با آنالیز محاسبه پذیر یا بازگشتی است. این شاخه نظریه محاسبه پذیری استاندارد را که به اعداد طبیعی مرتبط می شود به اعداد حقیقی گسترش می دهد.

سرفصل های درس:

محاسبه پذیری در آنالیز کلاسیک، دنباله های بازگشتی از تابع های حقیقی، محاسبه پذیری روی فضاهای باناخ، تابع های حقیقی بازگشتی پاره ای، نظریه بازگشتی اندازه، پیچیدگی محاسبه ای تابع های حقیقی.

مراجع پیشنهادی:

1. M. B. Pour-el and J. I. Richards, **Computability in Analysis**, Springer, 1989.
2. K. Weihrauch, **A Simple Introduction to Computable Analysis**, 1995.



عنوان درس		فارسی	جبر جامع			
		انگلیسی	Universal Algebra			
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	پیش نیاز	دروس	
الزامی	اختیاری		جبرانی		ندارد	۴۸
	نظری	عملی	نظری	عملی		
	حل تمرین: ندارد					
دنیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد						

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی با کلاس‌های معادله‌ای و ساختارهای کلی جبری است. جبر جامع با نظریه مدل در منطق ریاضی مرتبط است.

سرفصل‌های درس:

جبر جامع، زیرجبر و شبکه زیرجبرها، هم‌ریختی بین جبرهای جامع، رابطه هم‌نهشتی، ضرب مستقیم جبرها، زیرضرب مستقیم، وارسته، جبر آزاد، معادله و جبرهای معادله‌ای، قضیه بیرخوف برای ارتباط بین وارسته و کلاس‌های جبرهای معادله‌ای.

مراجع پیشنهادی:

1. Burris and Sankapanavar, **A Course in Universal Algebra**, Springer-Verlag, 1981.
2. G. Gratezer, **Universal Algebra**, Second edition, Springer, 2008.
3. P. M. Cohn, **Universal Algebra**, D. Reidel Publication Company, 1981.



عنوان درس		فارسی	نظریه رسته و توپوس
		انگلیسی	Category Theory and Topos
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعات
		دروس	پیش نیاز
الزامی		اختیاری	جبرانی
نظری		عملی	نظری
عملی		عملی	عملی
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد	
		۴۸	۳
ندارد			

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی با نظریه رسته و نظریه توپوس است. یکی از کاربردهای مهم این مبحث فراهم نمودن مدلی برای منطق شهودی است.

سرفصل های درس:

معرفی رسته، تابع گون، تبدیل طبیعی، پیکان ها و اشیای خاص، زیررسته، دوگان رسته، رسته تابع گون ها، پیکان جهانی، لم یوندا، حد و هم حد، الحاقی، رسته بسته دکارتی، شبه توپوس، توپوس، تجزیه در توپوس، شبکه و جبر هیتینگ در توپوس، توپوس های خاص (بولی، دومقداری، موضعی)، اصل انتخاب، شیء اعداد طبیعی.

مراجع پیشنهادی:

1. Goldblatt, Topoi: **The Categorical Analysis of Logic**, North-Holland, 1984.
2. Lambek and Scott, **Introduction to higher Order Logic**, Cambridge University Press, 1986
3. P. T. Johnston, **Topos Theory**, Dover Publications, 2014.



عنوان درس		فارسی	نظریه شبکه			
		انگلیسی	Lattice Theory			
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعات	دروس		پیش نیاز
		۳	۴۸	ندارد		
الزامی		اختیاری		جبرانی		
نظری	عملی	نظری	عملی			
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد				

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی با نظریه شبکه است که در مطالعه مدل های جبری دستگاه های مختلف منطقی نقش اساسی ایفا می کند.

سرفصل های درس:

مشبکه، همریختی مشبکه، مشبکه کامل، مشبکه مدولار، مشبکه توزیع پذیر مشبکه های تینگ، رابطه هم نهشتی، جبر بول، نمایش های مجموعه ای و توپولوژیکی جبر بول (قضیه استون)، مشبکه جبری، مشبکه پیوسته، توپولوژی اسکات، توابع اسکات پیوسته، فضاهای سوپر و دوگانی جبر هی تینگ پیوسته.

مراجع پیشنهادی:

1. Gratzner, Birkhauser, **General Lattice Theory**, 1998.
2. Davey, Priestloy, **Introduction to Lattice and Order**, Cambridge University Press, 2002.
3. Blyth, **Lattices and Ordered Algebraic Structures**, Springer-Verlag, 2005.



عنوان درس		فارسی	ساختارهای جبری مرتب			
		انگلیسی	Ordered Algebraic Structures			
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	پیش نیاز	دروس	
الزامی		اختیاری	جبرانی	ندارد		
نظری	عملی	نظری	عملی			
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد				

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی با ساختارهای جبری مرتب است که در مطالعه مدل های جبری دستگاه های مختلف منطقی نقش ایفا می کند.

سرفصل های درس:

مفهوم ترتیب، نگاشت های حافظ ترتیب، نگاشت های باقیمانده ای، بستارها، یکریختی های مجموعه های مرتب، نیم گروه های نگاشت های باقیمانده ای، شبکه ها و زیر شبکه ها، زیر گروه های بثر، مجموعه های خارج قسمتی مرتب، هم ارزی های قویاً منظم بالایی، هم نهشتی های شبکه، زوج های مدولار، شرط های زنجیر، تحویل ناپذیری های الحاقی، شبکه های پخشی، زیر گروه های بثر و مدولاریتی، عضوهای متمم دار، شبکه های متمم دار منحصر بفرد، جبرها و حلقه های بولی، عضوهای مرکزی و خنثی، قضیه نمایشی Stone، متمم جبرهای بولی، شبه متمم ها، جبرهای Stone، جبرهای هیتینگ، زیر گروه های بثر و باقیمانده ای، هم نهشتی ها و جبرهای تحویل ناپذیر زیر مستقیم، گروه های مرتب، زیر گروه های محدب، I-زیر گروه های مرتب، گروه های نمایش پذیر، حلقه ها و میدان های کلاً مرتب، زیر گروه های باقیمانده ای و زیر گروه مرتب، زیر گروه های منظم.

مراجع پیشنهادی:

1. T. S. Blyth, *Lattices and Ordered Algebraic Structures*, Springer-verlag, 2005.
2. G. Birkhoff, *Lattice Theory*, American Mathematical Society, 1973.



عنوان درس		فارسی	منطق شهودی			
		انگلیسی	Intuitionistic Logic			
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز		
الزامی		اختیاری	جبرانی	منطق ریاضی		
نظری	عملی	نظری	عملی			
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد				

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی با منطق شهودی (شهودگرایی) است که یکی از مهم‌ترین رهیافت‌های ساختنی به منطق و ریاضیات است.

سرفصل‌های درس:

تاریخچه مختصری از ساخت‌گرایی در ریاضیات با تأکید بر شهودگرایی برآوری، تعبیر BHK (برآور-هیتینگ-کولموگوروف) از ثوابت منطقی، تعبیرهای توپولوژیک و جبری، دستگاه‌های صوری اثباتی برای منطق شهودگرایی گزاره‌ای و محمولات، معنانشناسی جهان‌های ممکن (مدل‌های کریپکی)، قضایای درستی و تمامیت نسبت به مدل‌های کریپکی، خواص DP و EP.

مراجع پیشنهادی:

1. A. S. Troelstra and D. Van Dalen, **Constructivism in Mathematics**, Vol. I, North-Holland, 1988.
2. A. G. Dragalin, **Mathematical Intuitionism, Introduction to Proof Theory**, AMS, Providence, RI, 1988.
- 3- G. Mints, **A Short Introduction to Intuitionistic Logic**, Springer, 2013. (ISBN: 9781475773194)



عنوان درس		فارسی	منطق وجهی
		انگلیسی	Modal Logic
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعات
		۳	۴۸
نظری	الزامی	اختیاری	جبرانی
	عملی	نظری	عملی
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد	
نظری		ریاضی	

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی با منطق وجهی است که یکی از مهم‌ترین منطق‌های غیر کلاسیک می‌باشد و کاربردهای مهمی در بخش روش‌های صوری (رسمی) از علوم کامپیوتر دارد.

سرفصل‌های درس:

زبان منطق وجهی، قاب‌ها و مدل‌های کربیکی، منطق وجهی نرمال، تناظر دوسویه، قضیه هنسی-میلنر، ترجمه استاندارد، قضیه مشخص‌سازی فن بنتم، تعریف‌پذیری قاب‌ها، مدل‌های کانونی، دستگاه‌های اثباتی و تمامیت، جبری کردن منطق وجهی، جبرهای بولی با عملگر، قضیه ینسن-تارسکی.

مراجع پیشنهادی:

1. P. Blackburn, M. de Rijke and Y. Venema, **Modal Logic**, Cambridge University Press, 2002.
2. A. Chagrov and M. Zakharyashev, **Modal Logic**, Clarendon Press, Oxford, 1997.
3. J. van Benthem, **Modal Logic for Open Minds**, CSLI Publications, 2010.
4. B.F. Chellas, **Modal Logic: An Introduction**, Cambridge University Press, 2012. (ISBN: 9780511621192)



عنوان درس		فارسی	فلسفه ریاضی
		انگلیسی	Philosophy of Mathematics
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعات
		۳	۴۸
نظری	الزامی	اختیاری	جبرانی
	عملی	نظری	عملی
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد	
منطق ریاضی			

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی با برخی فلسفه‌های مشهور ریاضی است.

سرفصل‌های درس:

افلاطون‌گرایی، واقع‌گرایی، نام‌گرایی، کانت، منطق‌گرایی، صورت‌گرایی، برنامه هیلبرت، قضیه‌های ناتمامیت گودل، شهودگرایی (برآور، دامت)، طبیعی‌گرایی، ساختارگرایی، حوزه‌های جدید در فلسفه ریاضی.

مراجع پیشنهادی:

1. James Robert Brown, **Philosophy of Mathematics: A Contemporary Introduction to the World of Proofs and Pictures**, 2nd Edition, Routledge, 2008.
2. **The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic**, Stewart Shapiro (Editor), 2007.
3. Stewart Shapiro, **Philosophy of mathematics: Structure and ontology**, Oxford, Oxford University Press, 1997.
- 4- P. Benaceraf & H. Putnam, **Philosophy of Mathematics**, Cambridge University Press, 1984. (ISBN: 9780521296489)



عنوان درس				فارسی	نظریه پیشرفته مدل
Advanced Model Theory				انگلیسی	
نوع واحد				تعداد واحد	تعداد ساعات
الزامی				۳	۴۸
اختیاری				جبرانی	دروس پیش نیاز
نظری				عملی	نظریه مدل
حل تمرین: ندارد				نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد	

هدف:

سرفصل‌های درس:

مدل‌های اول، همگن، جهانی و آکنده، زدایش تایپ، قضیه Ryll-Nardzewski، آکندگی، همگنی و جهانی بودن، کاربردهای آکندگی، دنباله‌ها و مجموعه‌های تمایزناپذیر، مدل‌های اِرنفویخت-موستاوسکی، جفت‌ها واتی، قضیه دو-کاردینال وات، پایداری و ω -پایداری، قضیه جازمیت مورلی، رتبه و درجه مورلی، آشنایی با ناوابستگی و فورکینگ در نظریه‌های ω -پایدار، آشنایی با گروه‌های ω -پایدار.

مراجع پیشنهادی:

1. K. Tent, M. Ziegler, **A Course in Model Theory**, Cambridge University Press, 2012.
2. S. Buechler, **Essential Stability Theory**, Springer, 1996.
3. C.C. Chang, H. Jerome Keisler, **Model Theory**, North-Holland, 1990.
4. A. Marcja, C. Toffalori, **A Guide to Classical and Modern Model Theory**, Kluwer Academic Publishers, 2003.
5. D. Marker, **Model Theory, An Introduction**, Springer, 2002.
6. A. Pillay, **Geometric Stability Theory**, Clarendon Press-Oxford, 1996.
7. B. Poizat, **A Course in Model Theory**, Springer, 2000.



عنوان درس		فارسی	نظریه پیشرفته مجموعه
		انگلیسی	Advanced Set Theory
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعات
		۳	۴۸
نظری	الزامی	اختیاری	جبرانی
	عملی	نظری	عملی
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد	

هدف:

سرفصل‌های درس:

از میان مورد‌های زیرگزیده خواهد شد:

۱. نیروش (forcing) و دستاوردهای ناوابستگی، نیروش و مدل‌های هرویک (generic)، بنداشت مارتین، ناوابستگی بنداشت انتخاب و بنداشت پیوستار، کاردینال‌های بزرگ
۲. نظریه توصیفی مجموعه‌ها: فضای بئر، فضاهاى لهستانی، پایاگان بول، مجموعه‌های واکاویک (analytic) و همواکاویک، کاردینال یک مجموعه واکاویک، پایگان افکنشی.

مراجع پیشنهادی:

1. K. Ciesielski, *Set Theory for Working Mathematicians*, Cambridge, 1997.
2. T. Jech, *Set Theory*, Springer, 2013.
3. A.S. Kechris, *Classical Descriptive Set Theory*, Springer, 1995.
4. K. Kunen, *Set theory, An Introduction to Independence Proofs*, North-Holland, 1992.
5. R.M. Smullyan, M. Fitting, *Set Theory and the Continuum Problem*, Oxford, 1996.



عنوان		فارسی		مدل های ناستاندارد حساب			
درس		انگلیسی		Non-Standard Models of Arithmetic			
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز			
الزامی		اختیاری		جبرانی		۴۸	۳
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی		
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد					

هدف:

سرفصل های درس:

حساب پثانو، قالب های درهازش (induction)، اصل کوچکترین عدد و اصل گردایه، شکاف (cut)، سرریز و پایین ریز، گسترش های در پایان و هم پایان، سامانه استاندارد، تایپ ها و شمارا آکندگی، قضیه نشانندن فریدمن، قضیه MacDowel-Specker، زیر نظریه های حساب ها، ارتباط با نظریه بازگشت، پیچیدگی محاسبه، نظریه برهان، ریاضیات همساختی و برهان پذیری.

مراجع پیشنهادی:

1. R. Kossak, J. Schmerl, **The Structure of Models of Peano Arithmetic**, Clarendon Press, Oxford, 2006
2. P. Hajek and P. Pudlak, **Meta mathematics of first order arithmetic**, Springer, 1998
3. R. Kaye, **Models of Peano Arithmetic**, Oxford, 1991
4. C. Smorynski, **Logical Number Theory**, Springer, 1992
5. A. S. Troelstra and D. van Dalen, **Constructivism in Mathematics**, Northh-Holland, 1998.



عنوان درس		فارسی	منطق و محاسبه				
		انگلیسی	Logic and Computation				
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز			
الزامی		۳	۴۸	جبرانی		اختیاری	
نظری	عملی			نظری	عملی	نظری	عملی
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد					

هدف:

سرفصل‌های درس:

در این درس از میان موارد زیر یا دیگر موضوع‌های مرتبط به کاربردهای منطق در علوم کامپیوتر پرداخته می‌شود:

۱. منطق و نظریه پیچیدگی: شامل پیچیدگی اثبات گزاره‌ای، حساب محدود، نظریه مدل‌های متناهی.
۲. منطق و روش‌های صوری (رسمی): شامل منطق زمانی، شناختی و پویا، بررسی مدل (Model Checking)، درست‌یابی برهان (Proof Verification).
۳. ساختارهای محاسبه‌پذیر، نظریه مدل محاسبه‌پذیر.
۴. تناظر برهان‌ها و برنامه‌ها: شامل منطق شهودی، حساب λ ، تناظر Curry-Howard.

مراجع پیشنهادی:

1. Jan Krajicek, **Bounded Arithmetic, Propositional Logic and Complexity Theory**, Cambridge University Press, 1995.
2. H. van Ditmarsch, W. van der Hoek, B. Kooi, **Dynamic Epistemic Logic**, Springer, 2008.
3. F. Kröger and S. Merz, **Temporal Logic and State Systems**, Springer, 2008.
4. M. H. Sørensen and P. Urzyczyn, **Lectures on Curry-Howard Isomorphism**, Elsevier, 2006.



عنوان درس		فارسی		منطق فازی پیشرفته	
Advanced Fuzzy Logic		انگلیسی			
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز	دروس
الزامی		اختیاری		جبرانی	
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد			

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی با منطق فازی به عنوان بخشی از منطق ریاضی است.

سرفصل‌های درس:

t- نرم‌ها، منطق گزاره‌ای BL، منطق لوکاسیویچ گزاره‌ای، منطق ضرب گزاره‌ای، منطق گودل گزاره‌ای، ساختارهای جبری مرتبط با منطق‌های یاد شده، قضیه تمامیت، منطق پایه محمولی، منطق لوکاسیویچ محمولی، منطق گودل محمولی، نظریه مدل منطق‌های یاد شده، قضیه‌های تمامیت مرتبط.

مراجع پیشنهادی:

1. P. Hájek, **Metamathematics of Fuzzy Logic**, Kluwer Academic Publishers, 1998.
- 2- J. T. Starczewski, **Advanced Concepts in Fuzzy Logic and Systems with Membership Uncertainty**, Springer, 2014. (ISBN: 9783642448522)
- 3- H. J. Zimmerman, **Fuzzy Set Theory and Its Applications**, Springer, 2012. (ISBN: 9789401038706)



عنوان درس		فارسی		نظریه پیشرفته محاسبه پذیری			
		انگلیسی		Advanced Computability Theory			
نوع واحد				تعداد واحد	تعداد ساعت	درس پیش نیاز	
الزامی		اختیاری		جبرانی		۴۸	۳
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی		
حل تمرین: ندارد				نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد			

هدف:

سرفصل های درس:

اوراکل ها و محاسبات نسبی، درجات محاسبه (نا)پذیری، سلسله مراتب تحلیلی و تصویری، اوردینال های محاسبه پذیر، سلسله مراتب فراحسابی، توابع محاسبه پذیر روی اعداد حقیقی، اندازه و نیرش (forcing)، حساب لامبدا.

مراجع پیشنهادی:

- 1- P. Odifreddi, **Classical Recursion Theory: The Theory of Functions and Sets of Natural Numbers, Vol. 1**, North-Holland, 1992. (ISBN: 9780444894830)
- 2- P. Odifreddi, **Classical Recursion Theory: The Theory of Functions and Sets of Natural Numbers, Vol. 2**, North-Holland, 1999. (ISBN: 9780444502056)
- 3- J.R. Shoenfield, **Recursion Theory**, Springer, 2013. (ISBN: 9783540570936)
- 4- G.E. Sacks, **Higher Recursion Theory**, Springer, 1990. (ISBN: 9783540193050)



عنوان		فارسی		نظریه پیشرفته برهان			
درس		انگلیسی		Advanced Proof Theory			
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعات	دروس پیش نیاز			
الزامی		۳	۴۸	جبرانی		اختیاری	
نظری	عملی			نظری	عملی		
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد					

هدف:

سرفصل‌های درس:

برهان گنتزن برای سازگاری حساب پتانو، توابع تعریف پذیر تام در نظریه های حسابی، آنالیز اوردینالی، طول برهان و پیچیدگی آن، منطق اثبات پذیری، ریاضیات معکوس، نظریه تایپ، تناظر Curry-Howard.

مراجع پیشنهادی:

- 1- S.R. Buss (ed.) **Handbook of Proof Theory**, Elsevier Science, 1998. (ISBN: 9780444898401)
- 2- S. Negri and J. von Plato, **Proof Analysis: A Contribution to Hilbert's Last Problem**, Cambridge University Press, 2014. (ISBN: 9781107417236)
- 3- W. Pohlers, **Proof Theory: The First Step into Impredicativity**, Springer, 2010. (ISBN: 9783540693185)



عنوان		فارسی	منطق جبری			
درس		انگلیسی	Algebraic Logic			
نوع واحد		تعداد	تعداد	دروس	پیش نیاز	
		واحد	ساعت			
الزامی		اختیاری		جبرانی		
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد				

هدف:

سرفصل های درس:

عملگرهای نتیجه در منطق ها، ماتریس های منطقی، جبرهای لیندنبام، تارسکی، منطق های جبرپذیر، نظریه منطق جبری مجرد، اصول نظریه عمومی جبرجامع، دستگاه های گنترن و تعمیم آن ها، سیستم های بستاری، جبرهای آزاد، جبرهای بولی، وارسته ها، چارچوب عمومی مطالعه منطق ها، چارچوب جدید برای مطالعه منطق ها، پل بین جهان منطق ها و جهان جبرها، همتای جبری منطق ها، سیستم استنتاجی هیلبرت و تعمیم آن ها، جبری کردن خواص تامیت و فشردگی منطق ها، منطق های جدید، جبر رابطه ها.

مراجع پیشنهادی:

1. Hajnal Andreka, Istran Nemat, Ildiko Sain, **Universal Algebraic Logic**, Springer Bassel, 20017.
2. J.M. Font, R. Jansana, D. Pigozzi, **A Survey of Abstract Algebraic Logic**, Hand Book of Algebraic Logic.



عنوان درس		فارسی	مباحث ویژه در منطق ریاضی							
		انگلیسی	Special Topics in Logic							
		نوع واحد						تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز
		الزامی		اختیاری		جبرانی		۳	۴۸	اجازه گروه
		نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی			
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد								

درسی است در سطح دکتری در زمینه منطق ریاضی که سرفصل آن بر حسب امکانات و نیاز در نیم سال مورد نظر توسط استادمربوطه پیشنهاد شده و پس از تصویب شورای تحصیلات تکمیلی گروه و دانشکده ارایه می شود.



دکتری ریاضی

(زیر برنامه گراف و ترکیبیات)



فصل اول

مشخصات دوره دکتری ریاضی - زیر برنامه گراف و ترکیبیات



مقدمه:

برنامه حاضر حاصل تخصص، تجربه و هم‌فکری اعضای زیر کمیته تخصصی گراف و ترکیبیات، منتخب کمیته تخصصی برنامه-ریزی علوم ریاضی در وزارت علوم است که متشکل از متخصصین از دانشگاه‌های مختلف کشور با سابقه تدریس و تحقیق در مقاطع مختلف و تجربه تربیت دانشجویان دکتری در زمینه گراف و ترکیبیات است.

هدف:

در این برنامه اهداف زیر مورد نظر قرار گرفته است.

۱. پوشش مفاهیم دسته‌بندی شده در رده‌بندی MSC 2010 در زمینه تخصصی گراف و ترکیبیات
۲. کتاب‌های استاندارد و به روز دنیا در زمینه تخصصی گراف و ترکیبیات
۳. در حد ممکن همخوانی با دروس موجود در دانشگاه‌های مطرح دنیا در زمینه تخصصی گراف و ترکیبیات
۴. حفظ استاندارد بالا و داشتن عمق کافی

کلیات برنامه:

در این برنامه دروس در دو جدول، شامل درس‌های اصلی دکتری ریاضی (زمینه تخصصی نظریه گراف و ترکیبیات) (جدول ۱) و درس‌های تخصصی-انتخابی دکتری ریاضی (زمینه تخصصی نظریه گراف و ترکیبیات) (جدول ۲) آورده شده است. هر دانشجو بایستی ۶ واحد الزامی خود را از دروس جدول ۱ و ۶ واحد انتخابی خود را از بین دروس جدول شماره ۲ یا درس اخذ نشده از جدول ۱ اخذ نماید. ۳ واحد باقیمانده یک درس کاملاً اختیاری است که با نظر استاد راهنما و تأیید گروه اخذ خواهد شد. مجری این دوره می‌تواند گروه ریاضیات و کاربردها یا گروه ریاضی کاربردی باشند.

عنوان دوره: دکترای ریاضی

پیش‌نیاز ورود:

دو درس نظریه گراف و آنالیز ترکیبیاتی از دروس مقطع کارشناسی ارشد، پیش‌نیاز سایر دروس می‌باشند و انتظار می‌رود دانشجو در مقطع کارشناسی ارشد آنها را گذرانده باشد. در غیر این صورت بنا به تشخیص استاد راهنما و گروه می‌تواند به عنوان درس جبرانی خارج از تعداد واحدهای الزامی دوره در نظر گرفته شود و در این صورت به سنوات تحصیلی دانشجو یک نیم‌سال اضافه خواهد شد.

مواد آزمون تخصصی ورودی (کنکور):

دو درس نظریه گراف و آنالیز ترکیبیاتی از دروس مقطع کارشناسی ارشد



فصل دوم

جدول دروس دکتری ریاضی - زیر برنامه گراف و ترکیبیات



جدول ۱: درس‌های اصلی دکتری ریاضی - زیر برنامه گراف و ترکیبیات

شماره درس	نام درس	تعداد واحد	پیش‌نیاز
۱	نظریه گراف پیشرفته	۳	نظریه گراف
۲	آنالیز ترکیبیات پیشرفته	۳	آنالیز ترکیبیاتی
۳	روش‌های پایه در ترکیبیات	۳	نظریه گراف و آنالیز ترکیبیاتی

- انتخاب ۶ واحد از جدول فوق به عنوان دروس اصلی زمینه تخصصی با نظر استاد راهنما و دانشکده.

- دانشجو می‌تواند سایر دروس جدول فوق را به عنوان درس تخصصی - انتخابی خود انتخاب کند

جدول ۲: درس‌های تخصصی - انتخابی دکتری ریاضی - زیر برنامه گراف و ترکیبیات

شماره درس	نام درس	تعداد واحد	پیش‌نیاز و هم‌نیازها
۱	نظریه جبری گراف	۳	نظریه گراف
۲	نظریه طیفی گراف	۳	نظریه جبری گراف
۳	روش‌های احتمالاتی در ترکیبیات	۳	نظریه گراف
۴	ترکیبیات شمارشی	۳	
۵	ترکیبیات تحلیلی	۳	
۶	ترکیبیات جمعی	۳	
۷	ترکیبیات حدی	۳	
۸	روش‌های توپولوژیک در ترکیبیات	۳	
۹	هندسه ترکیبیاتی	۳	
۱۰	نظریه الگوریتمی گراف	۳	
۱۱	بهینه‌سازی ترکیبیاتی	۳	
۱۲	پیچیدگی محاسباتی	۳	
۱۳	مباحث ویژه در نظریه گراف	۳	اجازه گروه
۱۴	مباحث ویژه در ترکیبیات	۳	اجازه گروه



فصل سوم

سر فصل دروس دکتری ریاضی - زیر برنامه گراف و ترکیبیات



عنوان		فارسی		نظریه گراف پیشرفته			
درس		انگلیسی		Advanced Graph Theory			
نوع واحد		تعداد واحد		تعداد ساعت		دروس پیش نیاز	
اصلی		انتخابی		جبرانی		نظریه گراف	
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی		
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد					

هدف: آشنایی با مفاهیم پیشرفته نظریه گراف.

سرفصل‌های درس:

- همبندی: ساختار گراف‌های ۲، ۳ و ۴- همبند، قضیه Mader، قضیه Nash-Williams-Tutte در مورد درخت-های فراگیر مجزا.
- رنگ‌آمیزی: مباحث تکمیلی در رنگ‌آمیزی رأسی به ویژه قضیه گراف‌های بی‌نقص، مباحث تکمیلی در رنگ‌آمیزی یالی به ویژه مسأله رده‌بندی کلاس‌های ۱ و ۲، رنگ‌آمیزی لیستی و اثبات قضیه گالوین.
- گراف‌ها روی رویه‌ها: رسم گراف‌های مسطح، عدد تقاطعی گراف، گونه گراف‌ها، رسم گراف‌ها بر روی سطوح با شرایط خاص.
- عرض درختی و مسیری و برخی از کاربردهای آن.
- ماینورهای گراف: قضیه ۴-رنگ، حدس Hadwiger در حالت‌های کوچک، بیان قضیه Graph Minor و اثبات آن برای درخت‌ها.
- جریان‌های صحیح گراف: قضایای وجودی k -جریان برای k های کوچک، قضایای مربوط به معادل بودن وجود k -جریان‌ها، دوگانگی جریان و رنگ‌آمیزی و بیان حدس‌های تات.
- فضاهای برداری متناظر با گراف: فضاهای دوری، فضاهای برشی، تعریف متروید، شبکه‌های الکتریکی، قدم زدن تصادفی.
- چندجمله‌ای‌های گراف: چندجمله‌ای تات و تعریف‌های معادل آن و ارتباط آن با سایر چندجمله‌ای‌ها، بحث در مورد چندجمله‌ای‌های دیگر مانند چندجمله‌ای تطابقی.
- گراف‌ها، گروه‌ها و ماتریس‌ها: گراف‌های کیلی و شرایر، ماتریس مجاورت، لاپلاسیان و مقادیر ویژه آنها، گراف‌های قویا منظم، گروه خودریختی‌ها و مسایل یکریختی و همریختی در گراف‌ها.

مراجع پیشنهادی:

1. Bondy J.A., Murty U.S.R., Graph Theory, Springer, 2008.
2. West, Douglas B. Introduction to Graph Theory, Second edition, 2001.
3. Diestel R., Graph Theory, Fourth edition, 2010.
4. Bollobás B., Modern Graph Theory, 1998.



عنوان		فارسی		روش‌های پایه در ترکیبیات				
درس		انگلیسی		Basic Methods in Combinatorics				
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش‌نیاز				
نظری	اصلی	۳	۴۸	نظریه گراف و آنالیز ترکیبیاتی	انتخابی		جبرانی	
	عملی				نظری	عملی	نظری	
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد						

هدف: آشنایی با کلیات مفاهیم و روش‌های مهم و مورد نیاز در زمینه تخصصی گراف و ترکیبیات.

سرفصل‌های درس:

- یادآوری روش‌های شمارش دوگانه و روش شمارش استفاده از انواع توابع مولد
- لم منظم زمردی (Regularity Zemeredy Lemma): اثبات و برخی کاربردها.
- جنبه‌های الگوریتمی: معرفی کلاس‌های پیچیدگی P و NP .
- برنامه‌ریزی خطی و الگوریتم‌های تقریب برای حل مسایل نظریه گراف.
- روش‌های احتمالاتی
- نظریه رمزی
- مترویدها
- روش دشارژ کردن

مراجع پیشنهادی:

1. Bondy J.A., Murty U.S.R., Graph Theory, Springer, 2008.
2. West, Douglas B. Introduction to Graph Theory, Second edition, 2001.
3. Diestel R., Graph Theory, Fourth edition, 2010.
4. Bollobás B., Modern Graph Theory, 1998.
5. Cranston, D.W., West Douglas B., A Guide for the Discharging Method, 2013.



عنوان درس		فارسی		انگلیسی		نظریه جبری گراف	
				Algebraic Graph Theory			
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	پیش نیاز	درس		
اصلی	انتخابی	۳	۴۸	نظریه گراف	نظریه جبری گراف	جبرانی	
	نظری					عملی	نظری
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد					

هدف: آشنایی با گروه خودریختی‌های گراف‌ها و ارتباط آنها با خواص گراف‌ها.

سرفصل‌های درس:

- مطالعه طیف ماتریس‌های متناظر با گراف‌ها مانند ماتریس مجاورت و لاپلاسیان و ارتباط آنها با خواص گراف‌ها.
- یافتن طیف برخی از گراف‌های خاص.
- قضیه پرون-فرینیسوس.
- روابط درهم پیچیدگی.
- گراف‌های هم طیف.
- افرازهای منصفانه، گراف‌های قویا منظم و مقادیر ویژه آنها، NEPS گراف‌ها.
- قضیه درخت-ماتریس.
- عدد همبندی جبری گراف‌ها، Expansion و نامساوی چيگر.
- Associated Schemes
- همریختی بین گراف‌ها، انقباض گراف‌ها، یکرختی بین گراف‌ها، گروه خودریختی‌های گراف‌ها.
- گراف‌های راس‌ترایا، گراف‌های یال‌ترایا، گراف‌های کمان‌ترایا، گراف‌های فاصله‌ترایا.
- گراف‌های فاصله منظم، گراف‌های کیلی، گراف‌های شرایر و گراف‌های هم مجموعه.
- گراف‌های اولیه و غیر اولیه.

مراجع پیشنهادی:

1. Cvetkovic, D., Rowlinson P. and Simic S., Introduction to the Theory of Graph Spectra, 2010.
2. Biggs, N., Algebraic Graph Theory, 1993.
3. Cvetkovic, D., Doob M. and Sachs, Spectra of Graphs, 1995.
4. Brouwer A.E. and Haemers, W.H., Spectra of Graphs, Springer, 2011.
5. Godsil G. and Royle G., Algebraic Graph Theory, 2001.
6. Beineke L.W. and Wilson R.J., Topics in Algebraic Graph Theory, 2004.



عنوان		فارسی		نظریه طیفی گراف		
درس		انگلیسی		Spectral Graph Theory		
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	پیش نیاز	دروس	
نظری	اصلی	۳	۴۸	نظریه جبری گراف	انتخابی	جبرانی
	عملی				نظری	عملی
	حل تمرین: ندارد				نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد	

هدف: آشنایی با طیف و فضای ویژه گراف‌ها و ارتباطات خواص جبری و ترکیباتی آن‌ها.

سرفصل‌های درس:

- طیف‌های ماتریس مجاورت و ماتریس لاپلاسین.
- رده بندی به کمک طیف.
- همبندی: همبندی جبری، رسانایی و تنگ‌ترین برش.
- مسائل ایزوپریمتری: نامساوی چيگر، توسيع راسي و يالي گراف‌ها.
- گراف‌های توسیعی و کاربردهای آن در علوم کامپیوتر و کدینگ.
- فضای ویژه: قضیه پرون فروبینوس، قضیه فیدلر و دامنه‌های نودال.
- گشت تصادفی روی گراف‌ها و زمان اختلاط.
- افراز ستاره‌ای، تکنیک‌های زاویه، بازسازی.
- مقادیر ویژه گراف‌های تصادفی.
- تخمین گراف‌ها و تنگ سازی.
- مقادیر ویژه زیرگراف‌ها با شرایط مرزی.

مراجع پیشنهادی:

1. Chung, F.R.K., Spectral Graph Theory, 1997.
2. Cvetkovic, D., Rowlinson P., Simic S., Eigenspaces of Graphs (Encyclopedia of Mathematics and its Applications) 1st Edition, 1997.
3. Hoory S., Linial N. and Wigderson, A., Expanders and their Applications, 2006.



عنوان		فارسی		روش‌های احتمالاتی در ترکیبیات			
درس		انگلیسی		Probabilistic Methods in Combinatorics			
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش‌نیاز			
اصلی	انتخابی	۳	۴۸	جبرانی		نظریه گراف	
	عملی			نظری	عملی	نظری	
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد					

هدف:

آشنایی با روش‌ها و ابزارهای احتمالاتی در حل مسائل ترکیبیاتی.

سرفصل‌های درس:

- یادآوری برخی اثبات‌ها و مفاهیم اولیه احتمالاتی اولیه برای مسأله‌های نظریه گراف و ترکیبیات.
- روش اولین گشتاور، نامساوی مارکف و کاربردهای آن.
- استفاده از خطی بودن امید ریاضی.
- روش دومین گشتاور، نامساوی چیشف و کاربردهای آن.
- لم موضعی لواس و کاربردهای آن.
- مارتینگل‌ها، نامساوی آزوما و کاربردهای آن.
- نامساوی ین سن.
- تالاکراند.
- نتایجی در مورد گراف‌های تصادفی.

مراجع پیشنهادی:

1. Alon, A. and Spencer J.I., The Probabilistic Method, John Wiley & Sons Inc., Third edition, 2008.
2. Molloy, M and Reed B., Graph Coloring and Probabilistic Method, Springer, 2002.



عنوان درس		فارسی		ترکیبیات شمارشی			
		انگلیسی		Enumerative Combinatorics			
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز			
اصلی		۳	۴۸	جبرانی		انتخابی	
نظری	عملی			نظری	عملی		
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد					

هدف: آشنایی با روش‌های پیشرفته و تکمیلی شمارشی در ترکیبیات.

سرفصل‌های درس:

- یادآوری مفاهیم پایه در شمارش: ترتیب، ترکیب، اصل شمول و عدم شمول، شمارش جایگشت‌ها با محدودیت مکانی.
- روش‌های شمارش پیشرفته: شمارش دوگانه، جدول Twelvefold، روش شمارش پولیا، روش‌های غربال.
- مجموعه‌های مرتب جزئی: شبکه‌ها، شبکه‌های توزیعی، زنجیرها، مجموعه‌های مرتب جزئی اویلری، مجموعه‌های مرتب جزئی دو جمله‌ای، فرمول معکوس موبیوس، روش‌های محاسبه تابع موبیوس، چندجمله‌ای زتا.
- توابع مولد و توابع مولد گویا.

مراجع پیشنهادی:

- 1- Stanley R.P., Enumerative Combinatorics Vol 1, CUP, 1997.
- 2- Aigner M., A Course in Enumeration. Springer, 2007.



عنوان درس	فارسی		ترکیبیات تحلیلی	
	انگلیسی		Analytic Combinatorics	
نوع واحد	تعداد واحد		تعداد ساعت	
	۳		۴۸	
	پیش نیاز		دروس	
اصلی	انتخابی		جبرانی	
	نظری		عملی	
حل تمرین: ندارد	عملی	نظری	عملی	نظری
نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد				

هدف: آشنایی با روش‌های تحلیلی برای مطالعه ساختارهای ترکیبیاتی بزرگ.

سرفصل‌های درس:

- ساختارهای ترکیبیاتی و توابع مولد عادی: روش‌های شمارش صوری، ترکیبات و افرازها، کلمات و زبان‌های منظم، ساختارهای درختی.
- ساختارهای برچسب‌دار و توابع مولد نمایی: ساختارهای برچسب‌دار، توابع پوشا، افرازها، کلمات، جایگشت‌ها، درخت‌های برچسب‌دار و گراف‌های برچسب‌دار.
- پارامترهای ترکیبیاتی و توابع مولد چند متغیره: توابع مولد دو متغیره و توزیع‌های احتمال، پارامترهای موروثی و توابع مولد، پارامترهای بازگشتی.
- آنالیز مختلط و آنالیز مجانبی: توابع مولد و توابع تحلیلی مختلط، نقاط تکیه و رشد نمایی ضرایب، طرح کلی آنالیز مجانبی با ارائه مثال از دنباله‌های تودرتو، کسرهای مسلسل و مسیرها در گراف‌ها.
- آنالیز تکیه‌گی توابع مولد و کاربردها: ارائه اصول نظریه تکیه‌گی و رفتار مجانبی ضرایب با ارائه مثال‌های مناسب ترکیبیاتی به عنوان مثال از ساختارهای درختی یا ساختارهای مستقل از متن و نظایر آن.

مراجع پیشنهادی:

- 1- Philippe Flajolet and Robert Sedgewick, Analytic Combinatorics, Cambridge University Press, 2009.



عنوان		فارسی		ترکیبیات جمعی	
درس		انگلیسی		Additive Combinatorics	
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	درس	
اصلی	انتخابی	۳	۴۸	جبرانی	
	نظری			عملی	نظری
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد			

هدف: آشنایی با ترکیبیات محاسباتی.

سرفصل‌های درس:

- یادآوری مفاهیم اصلی از روش‌های احتمالاتی و قضایای اصلی.
- بحث در مورد ایده‌های اصلی موضوع درس (discrepancy و ارتباط با نظریه Ramsey).
- ارائه ایده‌های اصلی ترکیبیات جمعی با مثال.
- قضیه van der Warden.
- قضیه‌های Erdős-Turan و Hales-Jewett.
- طرح ایده چگونگی استفاده از روش‌های آنالیز فوریه و اثبات قضیه Roth.
- بحث در مورد روش Gowers و اثبات قضیه Szemerédi، قضیه Freiman و قضیه Green-Tao.
- جمع‌بندی نتایج و تکنیک‌های درس.

مراجع پیشنهادی:

- 1- Tao, T., Van H. Vu, Additive Combinatorics, Cambridge University Press, 2006.
2. Gowers, T., Additive and Combinatorial Number Theory, Lecture Notes, 2006.



عنوان		فارسی		ترکیبیات حدی (اکسترمال)			
درس		انگلیسی		Extremal Combinatorics			
نوع واحد		تعداد	تعداد	دروس			
		واحد	ساعت	بیش نیاز			
اصلی		انتخابی		جبرانی		۴۸	۳
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی		
حل تمرین: ندارد				نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد			

هدف: معرفی قضایای اصلی ترکیبیات اکسترمال، همچنین آشنایی با روش‌ها و ابزارهای گوناگون برای حل مسایل اکسترمال در ترکیبیات.

سرفصل‌های درس:

- نظریه رمزی، قضیه توران و اردوش-استون، مساله‌های توران دوبخشی.
- Regularity Lemma و کاربردهای آن (همچنین Lemma Counting و Lemma Embedding).
- Method Stability.
- نظریه مجموعه‌های اکسترمال و روش‌های جبرخطی شامل قضیه اردوش-کو-رادو، لم اسپرتر، قضیه کروسکال-کاتونا، قضیه فیشر، قضیه فرانکل-ویلسون و
- Choice Dependent Random، روش‌های آنالیز قوریه.
- Algebra Flag و حد گراف‌ها.
- روش‌های توپولوژی جبری در مساله‌های اکسترمال.

مراجع پیشنهادی:

1. Jukna, S., *Extremal Combinatorics with Applications in Computer Science*, 2011.
2. Bollobás, B., *Modern Graph Theory*, 1998.
3. Babai, L. and Frankl P., *Linear Algebra Methods in Combinatorics with Applications to Geometry and Computer Science*, 1992.
4. Matoušek, J., *Thirty-three Miniatures: Mathematical and Algorithmic Applications of Linear Algebra*, 2010.



عنوان درس		فارسی		روش‌های توپولوژیکی در ترکیبیات	
عنوان درس		انگلیسی		Topological Methods in Combinatorics	
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش‌نیاز	
اصلی	انتخابی	۳	۴۸	جبرانی	
نظری	عملی			نظری	عملی
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد			

هدف: آشنایی با چگونگی به کار گیری ابزار و نتایج توپولوژی در حل مسایل ترکیبیات.

سرفصل‌های درس:

- مقدمه‌ای بر مجتمع‌های سادگی.
- صورت‌های مختلف قضیه بورساک-اولام و کاربردهای آن، معادل‌ها و تعمیم‌های قضیه بورساک-اولام.
- لم‌های تاکر، کی-فن و تاکر کی-فن.
- قضیه ساندویچ ژامبون.
- افراز گردن‌بند.
- حدس کنسر و تعمیم آن.
- عدد همبندی مجتمع‌های سادگی و قضیه لواژ.
- قضیه نقطه ثابت براور.
- لم اشپرتر و چند کاربرد آن، ضرب حذفی، اتصال حذفی.
- قضیه ون کمپن، قضیه فلور.
- کران‌های پایین برای عدد رنگی، قضایای توپولوژیکی و رنگی تیوربرگ.

مراجع پیشنهادی:

1. Matousek, J., Using the Borsuk –Ulam Theorem, Springer 2003.
2. Kozlov, D., Combinatorial Algebraic Topology, Springer 2008.
3. Longueville, M. de, A Course in Topological Combinatorics, 2013.



عنوان درس		فارسی		هندسه ترکیبیاتی	
Combinatorial Geometry		انگلیسی			
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس	پیش نیاز
اصلی	انتخابی	جبرانی	۳	۴۸	
نظری	عملی	نظری	عملی		
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد			

هدف: بررسی و مطالعه ساختار و خواص ترکیبیاتی مجموعه ای از اشیاء هندسی

سرفصل های درس :

۱. مجموعه محدب، پوش محدب یک مجموعه، قضایای مهم هلی، رادون و کارانتودوری و کاربردهای آنها، مفهوم ترنسورسال هندسی و قضیه ترنسورسال هادویگر
۲. شبکه ها و قضایای پیک و مینکوفسکی
۳. بررسی خواص ترکیبیاتی مجموعه ای متناهی از نقاط: مسایل وقوع، قضایایی از نوع سیلوستر، مجموعه های چند فاصله ای، بررسی گراف های متناظر با مجموعه نقاط
۴. تعریف چندضلعی ساده، چندضلعی محدب، مثلث بندی چندضلعی و محاسبه تعداد مثلث بندی های یک چندضلعی محدب و مساله گالری هنر
۵. قضیه اسپرنر و نتایج مهم آن
۶. معرفی گراف های هندسی و بررسی خواص آنها
۷. دیاگرام Dirichlet-Voronoi
۸. مثلث بندی دلونی (Delaunay)
۹. مساله هادویگر-نلسون (Hadwiger-Nelson Problem) درباره رنگ آمیزی نقاط صفحه
۱۰. اعداد رمزی هندسی

مراجع پیشنهادی:

1. Matousek, j., Lectures on Discrete Geometry, Springer-Verlag, 2002.
2. Jacob E. Goodman, Joseph O'Rourke, Handbook of Discrete and Computational Geometry, Chapman & Hall, CRC, 2004.
3. Mark de Berg, Otfried Cheong, Marc van Kreveld, Mark Overmars, Springer Computational Geometry, Algorithms and Applications, Verlag Berlin Heidelberg, 2008.
4. Stefan Felsner, Geometric Graphs and Arrangements, Vieweg and Teubner Verlag, 2004.
5. János Pach, Pankaj K. Agarwal, Combinatorial Geometry, Wiley-Interscience, 1995.



عنوان درس		فارسی		نظریه الگوریتمی گراف			
		انگلیسی		Algorithmic Graph Theory			
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز			
اصلی	انتخابی	۳	۴۸	جبرانی			
	نظری			عملی	نظری	عملی	
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد					

هدف: آشنایی با الگوریتم‌های مسایل نظریه گراف.

سرفصل‌های درس:

- یادآوری پیش‌نیازها: معرفی مقدمات الگوریتم‌ها و پیچیدگی محاسباتی الگوریتم‌ها.
- اثبات NP- سخت بودن مسایل معروف مانند: مسایل پوشش رأسی، مجموعه مستقل رأسی، 3-SAT- رنگ- پذیری، ماکزیمم خوشه.
- درخت‌ها و جنگل‌ها: درخت فراگیر کمینه، پیمایش درخت‌ها، q-درخت‌ها و اهمیت آن‌ها.
- ساختمان داده‌های درختی: صف مرتب، انواع heap، جستجوی دودویی.
- فاصله، جریان در شبکه و همبندی: الگوریتم‌های مربوط به همبندی رأسی و یالی و جریان در شبکه.
- الگوریتم‌های انواع پیمایش در گراف‌ها: الگوریتم‌های مربوط به گراف‌های اویلری، هامیلتونی و مساله فروشنده دوره گرد.
- گراف‌های مسطح: الگوریتم‌های مربوط به مسطح بودن گراف‌ها.
- رنگ‌آمیزی گراف‌های: تحلیل الگوریتمی مسئله رنگ‌آمیزی گراف‌ها، بحث در مورد الگوریتم‌های مختلف، مفهوم انتقال فاز.
- گراف‌های تصادفی: الگوریتم‌های مربوط به تولید گراف‌های تصادفی و گراف‌های تصادفی منتظم.
- الگوریتم‌های پارامتری: الگوریتم‌های وابسته به پارامتر یا مثال منتخب استاد.
- الگوریتم‌های برخط: طراحی و تحلیل الگوریتم‌های برخط (online) و الگوریتم‌های sequential با مثال‌های منتخب استاد.

مراجع پیشنهادی:

- 1- David Joyner, Minh Van Nguyen, Nathann Cohen, Algorithmic Graph Theory, 2010.
- 2- Klocks, T., Advanced Graph Algorithms, 2012.
- 3- Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest, Clifford Stein, Introduction to Algorithms, 2009.



عنوان درس		فارسی		بهینه‌سازی ترکیبیاتی	
Combinatorial Optimization		انگلیسی			
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعات	دروس پیش‌نیاز	دروس
اصلی	انتخابی	جبرانی	۳	۴۸	
نظری	عملی	نظری	عملی		
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد			

هدف: آشنایی با برنامه‌ریزی خطی و غیرخطی برای مسایل ترکیبیاتی و روش‌های حل آن‌ها.

سرفصل‌های درس:

- یادآوری پیش‌نیازها: مفاهیم پایه‌ای مرتبط با نظریه گراف و بهینه‌سازی و پیچیدگی زمانی الگوریتم‌ها.
- برنامه‌ریزی خطی: روش سیمپلکس و پیاده‌سازی آن، دوگانگی، چندوجهی‌های کراندار، اشاره به الگوریتم‌های مختلف چندجمله‌ای برای برنامه‌ریزی خطی.
- برنامه‌ریزی عدد صحیح: پوش صحیح یک چندوجهی، تبدیلات و ماتریس‌های unimodular و صفحه‌های برش و رهاسازی لاگرانژ.
- درخت‌های فراگیر: درخت‌های فراگیر کمینه و الگوریتم‌های مربوطه.
- کوتاه‌ترین مسیر: انواع مسئله انتخاب کوتاه‌ترین مسیر و الگوریتم‌های مربوطه.
- جریان در شبکه و جریان‌های با کمترین هزینه: قضیه جریان بیشینه-برش کمینه و ارتباط با قضایای Menger و Mader، روش Edmonds-Karp، درخت‌های Gomory-Hu.
- تطابق‌های ماکزیمم: تطابق در گراف‌های دوبخشی و ارتباط با جریان‌ها و سیستم‌های نمایندگی متمایز (SDR)، الگوریتم Edmonds.
- تطابق‌های وزن‌دار و b-تطابق‌ها: الگوریتم‌های حل مسئله تطابق وزن‌دار، تطابق چندوجهی، مسئله b-matching و روش‌های حل آن و قضیه Padberg-Rao.
- مترویدها و تعمیم‌های آن‌ها: بحث در مورد مسائل افراز و تقاطع در مترویدها.
- الگوریتم‌های تقریبی و غیر دقیق

مراجع پیشنهادی:

1. Schrijver, A., A Course in Combinatorial Optimization. Amsterdam, 2013.
2. Bernhard Korte and Jens Vygen, Combinatorial Optimization: Theory and Algorithms, Springer-Verlag, 5th ed. 2012.



عنوان		فارسی		پیچیدگی محاسباتی	
درس		انگلیسی		Computational Complexity	
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس	پیش نیاز
	اصلی	۳	۴۸	جبرانی	
	نظری			عملی	
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد			

هدف: آشنایی با نظریه پیچیدگی محاسباتی و رده بندی سختی مسائل.

سرفصل های درس:

- مدل های محاسباتی: ماشین تورینگ.
- الگوریتم های معین و غیر معین.
- کلاس های پیچیدگی: P , NP , $co-NP$, ...
- تقلیل و مسائل NP -کامل.
- پیچیدگی فضایی: کلاس های $PSPACE$, NL , ...
- سلسله مراتب چند جمله ای.
- محاسبات احتمالاتی و کلاس های ZPP , RP , BPP , ...
- مدارهای بولی و پیچیدگی مداری.
- اثبات های تعاملی.
- قضیه PCP و تخمین پذیری.
- پیچیدگی شمارش.
- پیچیدگی میانگین.
- محاسبات کوانتومی.

مراجع پیشنهادی:

1. Arora S. and Barak B. Complexity Theory: A Modern Approach. 1st ed.: Cambridge University Press, 2009.
2. Ding-Zhu Du, Ker-I Ko, Theory of Computational Complexity, 2nd Edition. 2014.
3. Papadimitriou C.H. Computational Complexity. 1st ed. Boston: Addison Wesley Publishing Company, 1994.



عنوان		فارسی		مباحث ویژه در نظریه گراف			
درس		انگلیسی		Special Topics in Graph Theory			
نوع واحد		تعداد	تعداد	دروس			
		واحد	ساعت	پیش نیاز			
اصلی		انتخابی		جبرانی		۴۸	
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	۳	
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد					

درسی است در سطح دکتری در زمینه نظریه گراف که سرفصل آن بر حسب امکانات و نیاز در نیمسال مورد نظر توسط استاد مربوطه پیشنهاد شده و پس از تصویب شورای تحصیلات تکمیلی گروه و دانشکده ارایه می شود.



عنوان		فارسی		مباحث ویژه در ترکیبیات	
درس		انگلیسی		Special Topics in Combinatorics	
نوع واحد		تعداد واحد		تعداد ساعت	
پیش نیاز		دروس			
اجازه گروه	اصلی	انتخابی		جبرانی	
	نظری	عملی		نظری	
	عملی	نظری		عملی	
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد			

درسی است در سطح دکتری در زمینه ترکیبیات که سرفصل آن بر حسب امکانات و نیاز در نیمسال مورد نظر توسط استاد مربوطه پیشنهاد شده و پس از تصویب شورای تحصیلات تکمیلی گروه و دانشکده رایج می‌شود.



دکتری ریاضی

(زیر برنامه کد)



فصل اول

مشخصات دوره دکتری ریاضی - زیر برنامه کد



مقدمه:

شاخه‌ی نظریه‌ی کد شاخه‌ای جوان از ریاضی است که ریشه‌های آن به مقاله‌ی جنجالی شانون در سال ۱۹۴۸ باز می‌گردد. این شاخه در حال حاضر یک شاخه‌ی تحقیقاتی پویا و جذاب است و بسیاری از پیشرفت‌های صورت گرفته در مخابرات در سال‌های اخیر مرهون پیشرفت‌های صورت گرفته در شاخه‌ی نظریه کد و کدگذاری است. کد و کدگذاری در مرزهای فناوری-های نوین ارتباطات قرار دارد و امروزه در دانشگاه‌های معتبر دنیا به عنوان یکی از شاخه‌های ریاضی در حال فعالیت است. دامنه بحث کد و کدگذاری، حوزه‌های مختلف پژوهشی نظیر محافظت کارا از اطلاعات در برابر اثرات کانال (نویز، تداخل، محوشوندگی و ...)، فشرده سازی و ذخیره سازی و انتقال اطلاعات در ادوات الکترونیکی (به دلیل پتانسیل بالای تغییر اطلاعات در ذخیره‌سازی آنها بر روی تجهیزات الکترونیکی)، ارتباطات مخابراتی نسل جدید 4G، 5G، کدگذاری های زیستی، و غیره را شامل می‌باشد. با ظهور سامانه‌های رمز کدبنا، علاوه بر موارد فوق، اهمیت شاخه‌ی کد در امنیت اطلاعات نیز آشکار می‌گردد. شاخه‌ی نظریه‌ی کد یک شاخه‌ی میان رشته‌ای است و حوزه‌هایی نظیر: آمار و احتمالات، مخابرات دیجیتال، جبر (میدان‌های متناهی، حلقه، گروه و مدول)، ترکیبیات، نظریه‌ی اعداد و مفاهیمی از علوم کامپیوتر نظیر پیچیدگی محاسبات و برنامه نویسی در آن مورد استفاده قرار می‌گیرند. با توجه به میزان بهره‌گیری از هر یک از شاخه‌های فوق، زمینه‌های مختلف تحقیقات در نظریه کد ایجاد می‌گردد و علاقه مندان زیادی از رشته‌ای مهندسی مخابرات و کامپیوتر را به این حوزه سوق داده است.

هدف:

هدف رشته‌ی دکتری ریاضی زمینه تخصصی نظریه کد تربیت دانش آموختگانی است که با آگاهی از حوزه‌های مختلف این شاخه و کاربردهای آنها، به طراحی و تحلیل سامانه‌های کدگذاری و بهبود عملکرد آنها بپردازند. اهداف اصلی این دوره عبارتند از:

۱. تربیت متخصصین در حوزه‌های مختلف نظریه‌ی کد با توانایی طراحی، تحلیل و مدلسازی سامانه‌های کدگذاری با استفاده از دانش ریاضی پیشرفته و به روز در این رشته.
۲. تامین نیازهای نهادها، سازمانهای وابسته به مخابرات یا شرکتهای فعال در این حوزه در سطوح تحلیل، طراحی و توسعه یا توجه به الویت‌های کشور.
۳. توسعه علم کدگذاری با استفاده از ابزارهای موجود در شاخه‌های مختلف ریاضی و دستیابی به مرزهای دانش در این رشته یا تاکید بر مبانی ریاضی آنها و در به روزترین سطح بین المللی آن.

کلیات برنامه:

در این برنامه دروسی در دو جدول، شامل درس‌های اصلی (الزامی) دکتری ریاضی زمینه نظریه کد (جدول ۱) و درسهای تخصصی-انتخابی این دوره (جدول ۲) آورده شده است.

عنوان دوره: دکترای ریاضی

پیشنیاز ورود:

سه درس "الگوریتم و محاسبه" و "نظریه اطلاع و کاربردها" و "کدگذاری ۱" از دروس مقطع کارشناسی ارشد کد پیش نیاز این دوره هستند و انتظار می‌رود دانشجوی در مقطع کارشناسی ارشد آنها را گذرانده باشد.

در غیر این صورت بنابر تشخیص استاد راهنما و گروه این دروس می‌توانند به عنوان دروس جبرانی و خارج از تعداد واحد های مصوب دوره اخذ شوند. در این صورت یک نیمسال به سنوات مجاز دانشجو اضافه خواهد شد.

مواد آزمون تخصصی ورودی (کنکور): کدگذاری (۱)، نظریه اطلاع و کاربرد و الگوریتم و محاسبه



فصل دوم

جدول دروس دکتری ریاضی - زیر برنامه کد



جدول ۱: درس‌های اصلی دکتری تخصصی ریاضی (زیر برنامه کد)

شماره‌ی درس	نام درس	تعداد واحد	پیش‌نیازها و هم‌نیازها
۱	نظریه اطلاع پیشرفته	۳	نظریه اطلاع و کاربرد
۲	میدان‌های متناهی و کاربرد آنها	۳	کدگذاری ۱
۳	طرح‌های ترکیبیاتی در کدگذاری	۳	کدگذاری ۲
۴	کدگذاری پیشرفته	۳	کدگذاری ۱ و ۲

- انتخاب ۶ واحد از جدول فوق به عنوان دروس اصلی زمینه تخصصی با نظر استاد راهنما و دانشکده.
- دانشجو می‌تواند سایر دروس جدول فوق را به عنوان درس تخصصی - انتخابی خود انتخاب کند

جدول ۲: درس‌های تخصصی - انتخابی دکتری ریاضی (زیر برنامه کد)

شماره‌ی درس	نام درس	تعداد واحد	پیش‌نیازها و هم‌نیازها
۱	نظریه اطلاع شبکه	۳	نظریه اطلاع و کاربرد
۲	کدهای هندسه‌ی جبری	۳	کدگذاری ۱
۳	مبانی نظری کد شبکه‌ها و کاربرد	۳	جبر پیشرفته، نظریه اطلاع و کدگذاری ۱
۴	کدگذاری زیستی	۳	کدگذاری ۱
۵	کدگذاری در ذخیره‌سازی دیجیتال	۳	کد شبکه‌ها و کاربرد
۶	پردازش تصویر	۳	کدگذاری ۱
۷	الگوریتم‌های کدگذاری تکراری	۳	کدگذاری ۲
۸	کدگذاری شبکه	۳	کدگذاری ۱
۹	کدگذاری منبع	۳	نظریه اطلاع و کدگذاری ۱
۱۰	نظریه محاسبات کوانتومی	۳	جبر خطی، مکانیک کوانتوم کدگذاری ۱
۱۱	نظریه اطلاع و کدگذاری کوانتومی	۳	نظریه اطلاع و کاربرد - نظریه محاسبات کوانتومی
۱۲	مباحث ویژه در نظریه کد	۳	اجازه گروه



سر فصل دروس دکتری ریاضی - زیر برنامه کد



عنوان درس		فارسی		نظریه اطلاع پیشرفته						
		انگلیسی		Advanced Information Theory						
نوع واحد				تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز				
پایه		اصلی		تخصصی		اختیاری		۳	۴۸	نظریه اطلاع و کاربرد
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نیاز به اجرای پروژه عملی:		حل تمرین:

هدف: این درس با هدف تکمیل مباحث مطرح شده در درس نظریه اطلاع تدوین شده است و در آن دانشجویان با مفاهیم پیشرفته‌تر از نظریه اطلاع و همچنین برخی مفاهیم مورد نیاز در نظریه اطلاع شبکه و نظریه اطلاع کوانتومی آشنا می‌گردند.

سر فصل های درس:

- پیچیدگی کولموگوروف (Kolmogorov)
- تخمین طیفی (Spectral estimation)
- نظریه نرخ-اعوجاج (Rate-distortion theory)
- کمینه کردن متناوب برای محاسبه منحنی RD و ظرفیت کانال
- مفاهیم تکمیلی در مورد کانال‌ها، بویژه کانال‌های گوسی
- نظریه اطلاع شبکه
- هندسه اطلاع (Information geometry)
- Polymatroids در نظریه اطلاع
- کاربرد نظریه اطلاع در علوم کامپیوتر، تشخیص الگو، پردازش زبان طبیعی، محاسبات، علوم زیستی و مخابرات.
- معرفی نظریه اطلاع کوانتومی



مراجع:

1. Raymond W. Yeung, A First Course in Information Theory, Springer Science & Business Media, 2012.
2. Thomas M. Cover and Joy A. Thomas, Elements of Information Theory, John Wiley & Sons, 2012.
3. Robert G. Gallager, Information Theory and Reliable Communication, John Wiley & Sons, 1968.
4. Solomon Kullback, Information Theory and Statistics, Courier Corporation, 2012.
5. Imre Csiszár and János Körner, Information Theory: Coding Theorems for Discrete Memoryless Systems, Elsevier, 2014.
6. David J. C. MacKay, Information Theory, Inference, and Learning Algorithms, Cambridge University Press, 2003.
7. Robert McEliece, The Theory of Information and Coding: 2nd Edition, Cambridge, Cambridge

- University Press, 2004.
8. John R. Pierce, An Introduction to Information Theory: Symbols, Signals, and Noise, Courier Corporation, 2012.
 9. Robert Ash, Information Theory, Courier Corporation, 2012.
 10. Fazlollah M. Reza, An Introduction to Information Theory, Courier Corporation, 2012.
 11. A. Khonchin, Mathematical Foundations of Information Theory, Courier Corporation, 1957.
- مراجع مرتبط دیگر:
12. S. P. Boyd and L. Vandenberghe, Convex Optimization, Cambridge University Press, 2004.
 13. P. Billingsley, Probability & Measure, Wiley, 1995.
 14. D. Williams, Probability with Martingales, Cambridge University Press, 1991.
 15. R. Durrett, Probability, Theory & Examples, Cambridge University Press, 2010.
 16. G. Grimmett and D. Stirzaker, Probability and Random Processes, OUP Oxford, 2001.



1. R. Lidl and H. Niederreiter, Introduction to Finite Fields and their Applications, Cambridge University Press; 2nd edition, 1994.
2. R. Lidl and H. Niederreiter, Finite Fields, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2003.
3. G. L. Mullen, C. Mummert. - Finite Fields and Applications, Student mathematical library, 41, AMS 2007.
4. Zhe-Xian Wan, Lectures on finite fields and Galois rings, Word Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. 2003.
5. P. Charpin, A. Pott, A. Winterhof, Finite Fields and Their Applications: Character Sums and Polynomials, De Gruyter, 2013.
6. G. L. Mullen, D. Panario, Handbook of Finite Fields, *Discrete Mathematics and Its Applications*, CRC Press, 2013.
7. R. J. McEliece, Finite Fields for Computer Scientists and Engineers, Springer Science & Business Media, 2012.
8. Igor E. Shparlinski, Finite Fields: Theory and Computation, *The Meeting Point of Number Theory, Computer Science, Coding Theory and Cryptography*, Springer-Science+Business Media, Dordrecht 1999.



- طرح‌ها و ماتریس‌های هادامارد، هم‌ارزی بین ماتریس هادامارد و BIBD، ماتریس‌های هادامارد منظم، توابع Bent
- BIBDهای حل‌پذیر، صفحات آفین حل‌پذیر و ارتباط بین آنها
- مربعات لاتین، سیستم‌های سه‌تایی اشتاینر، معرفی ساختارهای Bose و Skolem، مربعات لاتین متعامد، مربعات لاتین متعامد و متقابل (MOLS)، قضیه MacNeish، طرح‌های عرضی (Transversal) و معرفی ساختار Wilson
- طرح‌های بلوکی جفتی (PBD's)، معرفی ساختار سه‌تایی Kirkman، Minimal PBD's
- طرح‌های t -تایی، معرفی برخی ساختارهای طرح‌های t -تایی، معرفی تورنمنت‌ها
- کاربرد طرح‌های ترکیبیاتی در ساخت کدهای مختلف (LDPC و غیره)
- ارتباط طرح‌های ترکیبیاتی و گراف‌ها در تحلیل کدها از نظر گرت، مجموعه‌های متوقف‌کننده و غیره

مراجع:

1. E. F. Assmus, J. D. Key. Designs and their Codes (Cambridge Tracts in Mathematics), 1992.
2. Charles J. Colbourn, Jeffrey H. Dinitz, Handbook of Combinatorial Designs, 2006.
3. Douglas R. Stinson, Combinatorial Designs. Constructions and Analysis, 2010.
4. Christos Koukouvinos, Dimitrios E. Simos, Stelios Georgiou, Combinatorial Designs: With Applications to Coding Theory and Cryptography, 2016.
5. Ian Anderson, Combinatorial Designs and Tournaments, 1998.



عنوان درس		فارسی	کدگذاری پیشرفته
		انگلیسی	Advanced Coding Theory
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت
پایه		۳	۴۸
اصلی		اختیاری	کدگذاری ۱ و ۲
نظری		عملی	نظری
عملی		نظری	عملی
حل تمرین:		نیاز به اجرای پروژه عملی:	

هدف: ارائه مفاهیم پیشرفته در نظریه کدگذاری نظیر بررسی و تحلیل پارامترهای ریاضی و کلیدی کدها، تکنیک‌های کدگذاری و کدگذاری کدهای جدید و بررسی خواص آنها، معرفی آخرین دستاوردها در خصوص کدهای جدید و بررسی خواص آنها.

سر فصل های درس:

- اصول کدگذاری در مخابرات دیجیتال (کدگذاری، مدولاسیون، دمدولاسیون با تصمیم گیری نرم، کدگذاری برای Multilevel Modulation، کدگذاری برای کانال‌های دارای خطای Burst، Multistage Coding، پارامترهای موثر در انتخاب روش کدگذاری، ...)
- کدهای قالی و ارزیابی عملکرد (گران‌های کدگذاری نظیر کران همینگ، Plotkin، Griesmer، Singleton، Gilbert-Varsharmov، Burst error detection، ...)
- List Decoding
- Weight Enumerators (رابطه میان احتمال خطای کدگذاری و شمارنده‌ی وزن، MacWilliams-Pless Kasami's Weight Enumerators، Equations و ...)
- ساختارهای ترکیباتی در طراحی کد (t-Designs, Matroids, Chains and Chain Groups, Nearly Perfect codes)
- ساختار مدول‌ها، حلقه‌های نیمه ساده، حلقه‌های گروهی و کدهای آلی
- کدهای گروهی برای کانال‌های AWGN
- کدهای پیچشی (روش‌های کدگذاری، Puncturing، ...)
- Multistage Coding و کاربرد آن در استانداردهای مخابراتی
- روش‌های کدگذاری تکراری (BCJR, Map, Gallager, Viterbi, Belief Propagation, ... و روش‌های تحلیل آنها (Exit Chart, Density Evolution و ...)



(... IRA Codes ,LDPC Convolutional Codes) Special LDPC Codes -
 (Rateless Codes , Tornado Codes) Erasure Codes -
 Raptor Codes , Luby Transform Codes ,Fountain Codes -

مراجع:

1. Peter Sweeney, Error Control Coding From Theory to Practice, JOHN WILEY & SONS, LTD, 2002.
2. Ian F. Blake and Ronald C. Mullin, The Mathematical Theory of Coding, ACADEMIC PRESS New York San Francisco London 1975.
3. Dave K. Kythe and Prem K. Kythe, Algebraic and Stochastic Coding Theory, CRC Press, Taylor & Francis Group, 2012.
4. Elwyn Berlekamp, Algebraic Coding Theory, *Revised Edition* World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2015.
5. Volodia Blinovsky, Asymptotic Combinatorial Coding Theory, SPRINGER CIENCE BUSINESS+MEDIA, LLC, 1997.
6. San Ling and Chaoping Xing, Coding Theory A First Course, Cambridge University Press 2004.
7. Giovanni Cancellieri, Polynomial Theory of Error Correcting Codes, Springer International Publishing Switzerland, 2015.



عنوان درس		فارسی	انگلیسی	نظریه اطلاع شبکه	
				Network Information Theory	
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	درس پیش نیاز	
پایه	اصلی	۳	۴۸	نظریه اطلاع و کاربرد	
	تخصصی				
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی
حل تمرین:		نیاز به اجرای پروژه عملی:			

هدف: این یک درس تحصیلات تکمیلی در زمینه تئوری اطلاعات چندکاربره و شبکه است. در کنار پوشش مفاهیم پایه‌ای تئوری اطلاعات شبکه، بر روی کاربردهای تئوری اطلاعات در مخابرات بی‌سیم تأکید می‌شود. دانشجویان درباره به‌دست آوردن و تحلیل عملکرد حدهای مخابرات مطمئن یا فشرده‌سازی موثر در شبکه‌های بی‌سیم چندکاربره خواهند آموخت. اکثر سناریوهای اساسی شبکه‌های مخابرات مطالعه می‌شوند و شماها دسترسی آنها مورد بررسی قرار خواهد گرفت. کدگذاری شبکه و بهره‌های عملکرد آن در شبکه‌های چندبخشی به دانشجویان معرفی خواهد شد. با انجام پروژه‌های پژوهش محور، دانشجویان خواهند توانست در زمینه تئوری اطلاعات شبکه و کاربردهای آن در شبکه‌های بی‌سیم (مخابراتی تحقیقات پیشرو انجام دهند).

سر فصل های درس:

- جریان اطلاعات شبکه
- کدینگ شبکه
- ظرفیت کانال دسترسی چندگانه
- ظرفیت کانال همه‌بخشی
- ظرفیت کانال رله
- کدینگ منبع با اطلاعات کناری، کدینگ اسلپین-ولف
- کدینگ منبع با اطلاعات کناری، کدینگ وینر-زیو
- کانال‌های چند کاربره و پس‌خورد
- کانال تداخلی
- موضوعات انتخابی (ظرفیت شبکه‌های افتضایی، همسویی تداخل، کانال با حالت، فشرده‌سازی توزیع شده ...)

مراجع:

1. Abbas El Gamal, Young-Han Kim, Network Information Theory, Cambridge University Press,

2012.
2. Raymond W. Yeung, Information Theory & Network Coding, Springer, 2008.

مراجع فرعی:

3. Thomas Cover, Elements of Information Theory, John Wiley, 2ed, 2006.
4. David J. C. MacKay, Information Theory, Inference and Learning Algorithms, Cambridge University Press, 2003.
5. Robert G. Gallager, Information Theory and Reliable Communication, John Wiley & Sons, 1968.
6. N. J. A. Sloane, A. D. Wyner (Eds.), Claude Elwood Shannon: collected papers. IEEE Press, 1993.

عنوان درس		فارسی		کدهای هندسه‌ی جبری													
		انگلیسی		Algebraic Geometry Codes													
نوع واحد										تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش‌نیاز					
پایه		اصلی		تخصصی		اختیاری		کدگذاری ۲	۳	کدگذاری ۱							
												نظری	عملی	نظری	عملی		
حل تمرین:												نیاز به اجرای پروژه عملی:					

هدف: شماری از مسائل موجود در رأس شاخه‌ی نظریه کد، نظیر مسئله‌ی کدگذاری و یافتن حداقل فاصله‌ی کد مسائل NP-Complete هستند. در صورت یافتن یک الگوریتم یقینی با زمان اجرای چندجمله‌ای برای حل یک مسئله‌ی NP-Complete جایزه‌ی نقدی برابر یک میلیون دلار از سوی موسسه‌ی ریاضی کلی به یابنده اهدا خواهد شد. این موضوع نشان می‌دهد حل مسئله‌ی کدگذاری در حالت کلی تقریباً غیرممکن بوده و باید به یافتن خانواده‌هایی از کدهای خطی یا ویژگی‌های خاص باشیم. قضیه‌ی ریمان-رخ از تئوری خم‌های جبری نمونه‌ای از کدهای استثنائی را فراهم می‌کند. با استفاده از این قضایا خانواده‌ای از کدهای جبری ساخته می‌شوند که به پارامترهایی بهتر از کران مجانبی Gilbert-Varshamov دست می‌یابند (پیش از این کشف عقیده بر برابری دسترسی بودن این کران بود). لذا این درس تحصیلات تکمیلی با هدف آشنایی دانشجویان تحصیلات تکمیلی با این رده از کدها و آشنایی آنها با استفاده از ابزارهای موجود در هندسه‌ی جبری برای طراحی کد تدوین گردیده است.

سر فصل های درس:

- خم‌های جبری
- کدهای حاصل از خم‌ها
- میدان توابع
- کدهای هندسه جبری (Multidimensional Codes, Goppa Codes, Alternant Codes و ...)
- روش‌های کدگذاری کدهای هندسه جبری (نظیر Majority Voting Algorithm و ...)
- کاربرد هندسه جبری در رمزنگاری (انتخابی)
- ارزیابی کدهای هندسه جبری و دوگان آنها با معیار کمترین فاصله
- بررسی کران‌های موجود

مراجع:



1. Høholdt, Lint and Pellikaan, Algebraic geometry codes, Handbook of Coding Theory, vol 1, pp. 871-961, Amsterdam, 2011.
2. Bartley and Walker, Algebraic Geometric Codes over Rings, World Scientific Review, Jun. 2008.
3. Harald Niederreiter and Chaoping Xing, Algebraic Geometry in Coding Theory and Cryptography, Princeton University Press, 2009.
4. H. Stichtenoth and M. A. Tsfasman, Coding Theory and Algebraic Geometry, Springer-Verlag, New York, 1993.
5. Edgar Martinez-moro, Diego Ruano, Advances in Algebraic Geometry Codes, World Scientific, 2008.
6. Guruswami, Venkatesan, Notes 2: Gilbert-Varshamov bound, Jan 2010.

عنوان درس		فارسی		مبانی نظری کد‌م شبکه‌ها و کاربرد					
		انگلیسی		The Theory of Lattice Codes and Their Applications					
نوع واحد				تعداد واحد		تعداد ساعت		دروس پیش‌نیاز	
پایه		اصلی		تخصصی		اختیاری		۳	
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	۴۸	
حل تمرین:		نیاز به اجرای پروژه عملی:							

هدف: کد شبکه ها کدهایی هستند که روی اعداد حقیقی تعریف می شوند و از همان جبری استفاده می کنند که کانال های مخابرات بی سیم مبتنی بر آن هستند. نتایج حاصل از نظریه اطلاع وجود خانواده های از کد شبکه ها که به صورت مجانبی خوب هستند را ثابت کرده است، اما توسعه ای شبکه های کارا همچنان در حال انجام است. برای ایجاد پلی میان مفاهیم نظری و کاربردها، این درس تحصیلات تکمیلی با مفاهیم بنیادی شبکه ها و تعاریف جبری آنها آغاز می گردد و کاربردهای آنها را در مخابرات، کدگذاری منبع، ذخیره سازی اطلاعات و رمزنگاری مورد مطالعه قرار می دهد.

سرفصل های درس:

- مبانی شبکه ها و خواص جبری آنها
- بررسی مسائل مرتبط با شبکه ها، Successive Minima, Gram-Schmidt Orthogonalization, Minkowski's Theorem، الگوریتم LLL و ...
- مسائل سخت شبکه ها، CVP، SVP و ...
- روش های ساخت شبکه و معرفی شبکه های Barnes-Wall و Leech
- عملکرد شبکه ها بر روی کانال های فاقد محدودیت توان (Unconstrained Power Channel)
- استفاده از شبکه ها برای کانال های توان مقید و تعریف کد شبکه
- منظومه های شبکه، بهره ای شکل دهی، روش های شکل دهی، Nested Lattice Codes, Coset Lattice Codes
- ظرفیت کانال AWGN و خانواده ای کد شبکه های با قابلیت دستیابی به ظرفیت
- کدگذاری شبکه ها و شبکه های دارای بهره ای کدگذاری بالا



- معرفی شبکه‌های مدرن LDPC, LDLC, LDA, GLD, ... و ساخت شبکه با استفاده از کدهای خطی
- استفاده از شبکه‌ها در مخابرات مشارکتی (Physical-layer Network Coding و Compute and Forward Relaying)
- تئوری شبکه‌ها یا استفاده از نظریه جبری اعداد و شبکه‌های جبری
- طراحی شبکه‌ها برای کانال‌های محو شونده
- کد شبکه‌ای فضا-زمان یا استفاده از جبرهای تقسیم دوری
- کدگذاری هم‌دسته (Coset Coding)
- طراحی کد شبکه‌ها برای کانال‌های Wiretap یا استفاده از میدان‌های عددی

مراجع اصلی:

1. John Conway, Neil J. A. Sloane, Sphere Packings, Lattices and Groups, Springer Science & Business Media, 1998.
 2. J. P. Buhler, P. Stevenhagen, Algorithmic Number Theory: Lattices, Number Fields, Curves and Cryptography, Cambridge University Press, 2008.
 3. Frédérique Oggier, Emanuele Viterbo, Algebraic Number Theory and Code Design for Rayleigh Fading Channels, Now Publishers Inc, 2004.
 4. Wolfgang Ebeling, Lattices and Codes: A Course Partially Based on Lectures by Friedrich Hirzebruch, Advanced Lectures in Mathematics, 3rd edition, Springer Fachmedien Wiesbaden, 2012.
 5. Jacques Martinet, Perfect Lattices in Euclidean Spaces, Springer Science & Business Media, 2013.
 6. Ram Zamir, Lattice Coding for Signals and Networks: A Structured Coding Approach to Quantization, Modulation, and Multiuser Information Theory, Cambridge University Press, 2014.
 7. Lecture notes based on Oded Regev's course at Tel-Aviv University.
 8. Lecture notes based on Daniele Micciancio's course at UCSD.
 9. C. G. Lekkerkerker, Pascale Gruber, Geometry of Numbers, Elsevier Science, 2014.
- مراجع فرعی مرتبط:
10. Frazer Jarvis, Algebraic Number Theory, Springer, 2014.
 11. Grégory Berhuy, Frédérique Oggier, An Introduction to Central Simple Algebras and their Applications to Wireless Communication, American Mathematical Soc., 2013.
 12. Michael Pohst, Computational Algebraic Number Theory, Birkhäuser, 2012.
 13. Frdrique Oggier, Jean-Claude Belfiore, Emanuele Viterbo, Cyclic Division Algebras: A Tool for Space-Time Coding, Foundations and trends in communications and information theory, Now Publishers Inc, 2007.
 14. J. Matoušek, Lectures on Discrete Geometry, Volume 212 of Graduate Texts in Mathematics, Springer Science & Business Media, 2013.



- مدل‌های عصبی الگوریتم انتشار گمان (Belief Propagation)
 - نظریه کنترل بهینه (معادلات Bellman, Riccati و Hamilton-Jacobi-Bellman, اصل حداکثری Pontryagin, دوگانگی کنترل بهینه و برآورد بهینه)
 - پردازش سیگنال‌های زیستی و مدل عملکرد الکتریکی سلول
 - سیگنال‌های مغز و شناسایی بیماری‌ها (Electrocardiogram, Electroencephalogram, Electromyogram, ...)
 - پردازش تصاویر پزشکی
- مراجع:

1. Kenji Doya, Bayesian Brain: Probabilistic Approaches to Neural Coding, MIT Press, 2007.
2. Eytan Domany, J. Leo van Hemmen, Klaus Schulten, Models of Neural Networks II: Temporal Aspects of Coding and Information Processing in Biological Systems, Springer Science & Business Media, 2013.
3. Sergio Cerutti, Carlo Marchesi, Advanced Methods of Biomedical Signal Processing, John Wiley & Sons, 2011.
4. Kayvan Najarian, Robert Splinter, Biomedical Signal and Image Processing, Second Edition, CRC Press, 2016.
5. Roman F. Nalewajski, Information Theory of Molecular Systems, Elsevier, 2006.
6. Rangaraj M. Rangayyan, Biomedical Signal Analysis, John Wiley & Sons, 2015.



- Constrained Coding
- Enumerative Coding
- Sliding-Block Codes
- Dc-balanced Codes
- Guided Scrambling
- Dc-free RLL Codes
- کدهای پیچشی برای کانال‌های پاسخ جزئی (Partial-Response Channels)

مراجع:

1. Erozan M. Kurtas, Bane Vasic, Advanced Error Control Techniques for Data Storage Systems, CRC Press, 2005.
2. Kees A. Schouhamer Immink, Codes for Mass Data Storage Systems, Shannon Foundation Publisher, 2004.
3. Zining Wu, Coding and Iterative Detection for Magnetic Recording Channels, Springer Science & Business Media, 2000.
4. Kees A. Schouhamer Immink, Coding Techniques for Digital Recorders, Prentice Hall, 1991.
5. Stefan Wabnitz and Benjamin J. Eggleton, All-Optical Signal Processing: Data Communication and Storage Applications, Springer International Publishing, 2016.
6. Erwin R. Meinders, Andrei V. Mijiritskii, Liesbeth van Pieterse and Matthias Wuttig, Optical Data Storage: Phase-change media and recording, Springer Science & Business Media, 2006.

عنوان درس		فارسی		پردازش تصویر						
		انگلیسی		Image Processing						
نوع واحد				تعداد واحد	تعداد	دروس پیش‌نیاز				
پایه		اصلی		تخصصی		اختیاری		۳	۴۸	
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نیاز به اجرای پروژه عملی: توصیه می‌شود				
حل تمرین:										

هدف: استفاده از رسانه های تصویری دیجیتال در زندگی روزمره ما خواستار توسعه دقیق و روش کارآمد تر برای مدل سازی، تجزیه و تحلیل، پردازش و انتقال اطلاعات بصری است. این درس با هدف آموزش مفاهیم و عملیات بنیادی مرتبط با تصاویر دیجیتال تدوین شده است که از آن جمله مفاهیم می‌توان موارد زیر را نام برد: استنباط، تمایز، پردازش و فشرده سازی. در این درس از تکنیک‌های متفاوت پردازش سیگنال بر روی تصاویر در حالت چند بعدی استفاده خواهد شد که نیاز به دانش عمیق جبرخطی دارد و دانشجویان تحصیلات تکمیلی رشته ریاضی با اخذ این درس در این حوزه می‌توانند بسیار موفق باشند.

سر فصل های درس:

- مبانی تصویر دیجیتال
- پردازش هیستوگرام (Histogram Processing)
- معرفی نویز و انواع آن
- فیلترهای حوزه مکانی (Spatial Domain Filtering)



- فیلترهای حوزه فرکانسی (Frequency Domain Filtering)
- تبدیل فوریه
- پردازش تصاویر رنگی (Color Image Processing)
- مورفولوژی
- بازیابی تصویر (Image Restoration)
- بخش بندی تصویر (Image Segmentation)
- تبدیلات ویولت
- Watershed

مراجع:

1. R. C. Gonzalez and R. E. Woods, Digital Image Processing, Prentice Hall, 2008.
 2. R. C. Gonzalez, R. E. Woods and S. L. Eddins, Digital Image Processing Using MATLAB, McGraw Hill Education, 2013.
 3. A. K. Jain, Fundamentals of Digital Image Processing, Prentice Hall, 1989.
 4. J. C. Russ, The Image Processing Handbook, Sixth Edition, CRC Press, 2016.
- [۵] فرح ترکمنی آذر، مقدمه‌ای بر پردازش تصویر دیجیتال.

الگوریتم‌های کدگذاری تکراری						فارسی		عنوان درس	
Iterative Decoding Algorithms						انگلیسی			
نوع واحد		تعداد واحد		تعداد ساعت		دروس پیش‌نیاز			
پایه	اصلی		تخصصی		اختیاری		۴۸	۳	کدگذاری ۲
	نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی			
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد							

هدف: این درس به بررسی و تحلیل الگوریتم‌های کدگذاری کدهای خطی می‌پردازد که برای کدگذاری از روش‌های تکراری و گراف‌ها بهره می‌برند. این رده از کدها از جدیدترین خانواده‌های کدها بوده و دارای کاربردهای فراوانی در سیستم‌های مخابراتی فعلی هستند.

سرفصل‌های درس:

- مقدمه‌ای بر کدها، کانال‌ها، ظرفیت و مفاهیم گرافیک مورد نیاز (آنتروپی، ظرفیت، انواع کانال، کدها و کدگذاری و اندازه گیری کارایی)
- کدهای LDPC
- معرفی مختصر (روش‌های ساخت دارای ساختار، شبه تصادفی)
- کدگذاری (اختیاری)



- کدگذاری (انواع روش‌های تکراری نرم و سخت برای کدهای دودویی و غیر دودویی و برای انواع کانال‌های مخابراتی)، بررسی پیچیدگی محاسباتی
- معرفی مجموعه‌های ترکیبیاتی اثر گذار بر کدگذاری تکراری، کمرگراف، دور در گراف
- تحلیل نمودارهای کارایی،
- معرفی کدهای خوب LDPC و قواعد تولید آنها مبتنی بر نتایج کدگذاری
- کدهای پیچشی
- معرفی مختصر و نحوه ساخت
- کدگذاری کدهای پیچشی (اختیاری)
- کدگذاری BCJR، کدگذاری Log MAP، Viterbi برای انواع کانال‌های مخابراتی، بررسی پیچیدگی محاسباتی
- کدهای توربو
- معرفی مختصر و نحوه ساخت
- کدگذاری کدهای توربو (اختیاری)
- کدگذاری کدهای توربو برای انواع کانال‌های مخابراتی، بررسی پیچیدگی محاسباتی
- الحاق سریالی و کدهای RA
- الحاق سریالی کدهای توربو
- کدهای Repeat-accumulate (RA)
- کدگذاری کدهای RA (اختیاری)
- کدگذاری کدهای RA
- طراحی کد
- نمودارهای EXIT
- نمودارهای EXIT برای کدهای توربو (اختیاری)
- نمودارهای EXIT برای کدهای RA (اختیاری)
- نمودارهای EXIT برای کدهای LDPC
- طراحی و آنالیز کد بر اساس نمودارهای EXIT
- تحلیل خطای کف
- معرفی
- تحلیل بیشترین درست نمایی
- تحلیل خطای کف برای کدهای LDPC
- ملاک‌ها و معیارهای طراحی کدها برای غلبه بر خطای کف و پارامترهای موثر



مراجع:

- 1 S.B. Wicker, S. Kim, Fundamentals of codes, graphs, and iterative decoding, Kluwer Academic Publishers, 2003.
- 2 S. J. Johnson, Iterative Error Correction Turbo, Low-Density Parity-Check and Repeat-Accumulate Codes, Cambridge University Press, 2010.
- 3 T. Richardson, R. Urbanke, Modern Coding Theory, Cambridge University Press, 2008.
- 4 S. Lin, D.J. Costello, Error Control Coding, Pearson-Prentice Hall, 2004.
- 5 Handbook of Coding Theory, Volume I, Volume II, North Holland; 1 edition, 1998.
- 6 William E. Rayan and Shu Lin, Channel Codes, Classical and Modern, Cambridge University Press, 2009.





عنوان درس		فارسی		نظریه محاسبات کوانتومی							
		انگلیسی		Quantum Computing							
نوع واحد		تعداد واحد		تعداد ساعت		درس پیش نیاز					
پایه		اصلی		تخصصی		اختیاری		جبرخطی، مکانیک کوانتوم، نظریه رمزنگاری، کدگذاری ۱			
نظری		عملی		نظری		عملی					
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد									
								۴۸		۳	

هدف: دانشجو در این درس با ساخت یک کامپیوتر کوانتومی آشنا می شود. در ادامه تمام دانسته های قبلی خود از جمله پیچیدگی محاسبات، نظریه اطلاع، رمزنگاری و نظریه کنترل را بکار می گیرد تا درک بهتری از پیاده سازی و عملکرد الگوریتم های کوانتومی را در مقام پیاده سازی بر روی یک کامپیوتر کوانتومی تجربه کند.

سرفصل های درس:

- مرور جبر خطی و نماد دیراک (ضرب داخلی فضاها، ماتریس های نرمال، ضرب تنسوری فضاها، برداری، تجزیه مقدار تکین، تجزیه اشمیت و ...)
- اصول میکائیک کوانتوم ۱ و ۲ (فضای حالت، تکامل یکتایی، اندازه گیری، ماتریس های چگالی، رد جزئی)
- اصل خالص سازی، پارادوکس ERP و نامساوی بل
- بعضی از پروتکل ها و الگوریتم ها شامل کدگذاری فوکی چگال، teleportation، الگوریتم Duetsch-Jozsa.
- الگوریتم تجزیه شور، الگوریتم گروزر، پروتکل توزیع کلید BB84
- فاصله ها روی فضاها، حالت، سنجش فاصله ی دو حالت کوانتومی (Fidelity)
- نقشه های کوانتوم (نقشه های حفاظت-رد به طور کامل مثبت، بازنمایش Kraus، بازنمایش Choi-Jamiolkowski)
- نظریه تصحیح خطای کوانتومی کدها و محاسبه کوانتومی (کد شور، قضیه Knill-Laflame، کدهای CSS، کدهای پایدار ساز)

مراجع:

1. Michael A. Nielsen, Isaac L. Chuang, Quantum Computation and Quantum Information, Cambridge University Press, 2011.
2. Ivan Djordjevic, Quantum Information Processing and Quantum Error Correction, Academic Press, 2012.
3. Salman Beigi, Lecture Note on Quantum Computing (in Farsi), online: http://math.ipm.ac.ir/~beigi/lecture_notes.html



عنوان درس		فارسی				نظریه اطلاع و کدگذاری کوانتومی			
		انگلیسی				Information Theory and Quantum Coding			
نوع واحد				تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز			
پایه	اصلی	تخصصی		اختیاری	۳	۴۸	کدگذاری ۱		
	عملی	نظری	عملی	نظری				عملی	نظری
حل تمرین: ندارد				نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد					

هدف: دانشجو در این درس با مکانیزم‌های کوانتومی، الگوریتم‌های کوانتومی و کدهای تصحیح کننده خطای کوانتومی آشنا می‌شود.

سرفصل‌های درس:

- مرور جبرخطی و نماد دیراک (ضرب داخلی فضاها، ماتریس‌های نرمال، ضرب تنسوری فضاها برداری، تجزیه مقدار تکین، تجزیه اشمیت و ...)
- فرض‌های مکانیزم‌های کوانتوم (فضای حالت، تکامل یکتایی، اندازه‌گیری، ماتریس‌های چگالی، رد جزئی)
- اصل عدم قطعیت هایزنبرگ، پارادوکس ERP و نامساوی‌های بل
- بعضی از پروتکل‌ها و الگوریتم‌ها شامل کدگذاری فوق چگال، teleportation، الگوریتم Duetsch-Jozsa، الگوریتم تجزیه شور، الگوریتم گروزر، پروتکل توزیع کلید BB84
- فاصله‌ها روی فضاها حالت
- نقشه‌های کوانتوم (نقشه‌های حفاظت-رد به طور کامل مثبت، بازنمایش Kraus، بازنمایش Choi-Jamiołkowski)
- نظریه تصحیح خطای کوانتومی کدها و محاسبه کوانتومی (کد شور، قضیه Knill-Laflamme، کدهای CSS، کدهای پایدار ساز)

مراجع:

1. Michael A. Nielsen, Isaac L. Chuang, Quantum Computation and Quantum Information, Cambridge University Press, 2011.
2. Ivan Djordjevic, Quantum Information Processing and Quantum Error Correction, Academic Press, 2012.



عنوان درس		فارسی		مباحث ویژه در نظریه کد					
		انگلیسی		Special Topics in Coding Theory					
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز					
پایه	اصلی		تخصصی		اختیاری		۴۸	۳	اجازه گروه
	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نظری			
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد							

درسی است در سطح دکتری در زمینه نظریه کد که سرفصل آن بر حسب امکانات و نیاز در نیم سال مورد نظر توسط استاد مربوطه پیشنهاد شده و پس از تصویب شورای تحصیلات تکمیلی گروه و دانشکده ارایه می شود.



دکتری ریاضی

(زیر برنامه آنالیز عددی)



فصل اول

مشخصات دوره دکتری ریاضی - زیر برنامه آنالیز عددی



مقدمه:

آنالیز عددی علم توسعه، طراحی، تجزیه و تحلیل الگوریتم‌های کارآمد برای حل تقریبی مسائل و مدل‌های پیوسته‌ی ریاضی نشأت گرفته از عالم طبیعی (فیزیک، مهندسی، شیمی، اقتصاد، زیست‌شناسی و غیره) است. روش‌های عددی معمولاً برای یافتن جواب هر مدل، تقریب گسسته‌ای از آن می‌سازند و الگوریتم هر روش بر مبنای معادلات گسسته طراحی می‌گردد. بنابراین گسسته‌سازی و تقریب واژه‌هایی آشنا در آنالیز عددی هستند. یکی از اهداف مهم در رشته‌ی آنالیز عددی، که مهمترین وجه تمایز آن با رشته‌های فیزیک و مهندسی محاسباتی است، بررسی آنالیزهای همگرایی و پایداری روش‌های عددی است که لازم است در مقطع دکتری به آنها اهمیت ویژه‌ای داده شود.

هدف:

هدف رشته‌ی دکتری ریاضی زمینه تخصصی آنالیز عددی تربیت دانش آموختگانی است که

- ۱- قادر باشند مدل ریاضی مسائلی که با آن‌ها روبه‌رو می‌شوند را بنویسند.
- ۲- بتوانند برای مدل‌های ریاضی روش‌های عددی مناسب طراحی و کنند.
- ۳- آنالیزهای همگرایی و پایداری روش‌های عددی را بدست آورند.
- ۴- توانایی کدنویسی برای روش‌های عددی را داشته باشند.
- ۵- توانایی مشاوره سایر دانشجویان علوم و مهندسی در زمینه روش‌ها و تقریب‌های عددی را داشته باشند.
- ۶- قادر باشند دانشجویان تحصیلات تکمیلی را در اجرای پروژه‌های عددی هدایت کنند.

کلیات برنامه:

در این برنامه دروس در دو جدول، شامل درس‌های اصلی (الزامی) دکتری ریاضی زمینه نظریه آنالیز عددی (جدول ۱) و درس‌های تخصصی-انتخابی این دوره (جدول ۲) آورده شده است.

عنوان دوره: دکترای ریاضی

پیشنیاز ورود:

سه درس "آنالیز حقیقی"، "آنالیز عددی پیشرفته" و "روش‌های عددی در جبرخطی" از دروس مقطع کارشناسی‌ارشد آنالیز عددی پیش‌نیاز این دوره هستند و انتظار می‌رود دانشجو در مقطع کارشناسی‌ارشد آنها را گذرانده باشد. در غیر این صورت، بنابر تشخیص استاد راهنما و گروه این دروس می‌توانند به عنوان دروس جبرانی و خارج از تعداد واحدهای مصوب دوره اخذ شوند. در این صورت یک نیمسال به سنوات مجاز دانشجو اضافه خواهد شد.



مواد آزمون تخصصی ورودی (کنکور):

آنالیز عددی پیشرفته - آنالیز حقیقی - روش‌های عددی در جبرخطی

فصل دوم

جدول دروس دکتری ریاضی - زیر برنامه آنالیز عددی





جدول ۱: درس‌های اصلی دکتری تخصصی ریاضی (زیر برنامه آنالیز عددی)

شماره درس	نام درس	تعداد واحد	پیش‌نیازها و هم‌نیازها
۱	حل عددی معادلات دیفرانسیل و انتگرال تأخیری	۳	حل عددی معادلات دیفرانسیل معمولی، حل عددی معادلات انتگرال
۲	روش‌های عددی در حل معادلات با مشتقات جزئی هذلولوی	۳	حل عددی معادلات دیفرانسیل جزئی
۳	روش‌های پیشرفته در حل عددی معادلات دیفرانسیل معمولی	۳	حل عددی معادلات دیفرانسیل معمولی
۴	بنیادهای نظری آنالیز عددی	۳	آنالیز حقیقی، آنالیز عددی پیشرفته
۵	نظریه روش عناصر متناهی	۳	آنالیز حقیقی، آنالیز عددی پیشرفته
۶	روش‌های تکراری برای مسائل ماتریسی بزرگ	۳	روش‌های عددی در جبر خطی
۷	روش‌های طیفی	۳	آنالیز حقیقی، آنالیز عددی پیشرفته
۸	تقریب داده‌های پراکنده	۳	آنالیز حقیقی و آنالیز عددی پیشرفته

- انتخاب ۶ واحد از جدول فوق به عنوان دروس اصلی زمینه تخصصی با نظر استاد راهنما و دانشکده.
- دانشجو می‌تواند سایر دروس جدول فوق را به عنوان درس تخصصی - انتخابی خود انتخاب کند.

جدول ۲: درس‌های تخصصی - انتخابی دکتری ریاضی (زیر برنامه آنالیز عددی)

شماره درس	نام درس	تعداد واحد	پیش‌نیازها و هم‌نیازها
۱	بنیادهای ریاضی ستجش فشرده	۳	روش‌های عددی در جبر خطی
۲	جبر خطی عددی و داده کاوی	۳	روش‌های عددی در جبر خطی
۳	دینامیک سیال محاسباتی	۳	حل عددی معادلات دیفرانسیل جزئی
۴	روش عناصر مرزی	۳	آنالیز حقیقی، آنالیز عددی پیشرفته
۵	معادلات انتگرال و دیفرانسیل جبری	۳	حل عددی معادلات دیفرانسیل معمولی، حل عددی معادلات انتگرال
۶	مسائل وارون در معادلات دیفرانسیل	۳	آنالیز حقیقی، آنالیز عددی پیشرفته
۷	حل معادلات انتگرال تکیه و کاربردها	۳	آنالیز حقیقی، حل عددی معادلات انتگرال
۸	مباحث ویژه پیشرفته در آنالیز عددی	۳	اجازه گروه

دانشجویان دوره دکتری ریاضی زمینه تخصصی آنالیز عددی حداکثر می‌توانند یک درس از جدول درس‌های دوره‌های دکتری مرتبط را با نظر استاد راهنما و تأیید گروه مربوط بگذرانند. گذراندن دروس مربوط به دوره کارشناسی ارشد آنالیز عددی، با نظر استاد راهنما و تأیید گروه مربوط، بلامانع است.



فصل سوم

سر فصل دروس دکتری ریاضی - زیر برنامه آنالیز عددی



عنوان درس		فارسی	بنیادهای نظری آنالیز عددی			
		انگلیسی	Theoretical Foundations of Numerical Analysis			
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	درس پیش نیاز		
پایه	اصلی	تخصصی	اختیاری	۳	۴۸	آنالیز حقیقی و آنالیز عددی پیشرفته
نظری	نظری	نظری	نظری	عملی	عملی	حل تمرین: ندارد
عملی	عملی	عملی	عملی	عملی	عملی	نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد

هدف درس: در این درس دانشجویان با فضاهای باناخ و بخصوص هیلبرت آشنا می‌شوند و سپس توزیع‌ها و جواب‌های توزیعی را می‌آموزند. همچنین فضاهای سوبولف و جواب‌های ضعیف معادلات دیفرانسیل را مطالعه می‌کنند. آشنایی با نیمگروه‌ها و کاربرد آنها قسمت دیگر این درس خواهد بود. در انتها در صورتی که زمان اجازه دهد موضوعاتی در آنالیز غیرخطی نیز تدریس خواهد شد. اگرچه اکثر مطالب این درس برای همه دانشجویان گرایش‌های ریاضی کاربردی مفید است اما هدف گذاری آن برای دانشجویان رشته آنالیز عددی با رویکرد حل عددی معادلات دیفرانسیل و معادلات انتگرال است.

ریز مطالب:

مقدمات: فضاهای باناخ، قضایای هان-باناخ، توپولوژی ضعیف، فضاهای ضرب داخلی، فضاهای هیلبرت، قضیه تصویر، قضیه‌ی ریس، دوگان فضاهای هیلبرت، فضاهای L^p .

عملگرها روی فضاهای هیلبرت: تعریف و خواص عملگرهای خطی همراه با تخمین نرم، عملگرهای الحاقی، خودالحاقی و غیره، عملگرهای فشرده، مقادیر و توابع ویژه، عملگرهای بی‌کران، کاربرد آنها در معادلات دیفرانسیل و انتگرال. نظریه طیفی: نظریه طیفی برای عملگرهای با بعد متناهی و نامتناهی، پایه‌های متعامد و متعامد یکه برای فضاهای هیلبرت، عملگرهای هیلبرت-اشمیت.

توزیع‌ها: توابع تست (Test Functions) و تعریف توزیع (Distribution)، محمل توزیع، پیچش (Convolution) توابع و توزیع‌ها، جواب‌های اساسی (Fundamental Solutions)، تبدیل فوریه در L^1 و L^2 ، فضای شوارتز، تبدیل فوریه معکوس. **فضاهای سوبولف:** تعریف فضاهای سوبولف، تقریب با توابع هموار، قضایای توسیع (Extension)، قضایای جانشانی (Embedding)، قضایای فشرده‌گی، فضاهای دوگان، تعریف فضاهای سوبولف با تبدیل فوریه، فضاهای سوبولف کسری، نامساوی‌های سوبولف، قضیه اثر (Trace).

جواب‌های ضعیف: مسائل تغییراتی، مثال از معادلات بیضوی، منظمی جواب‌های ضعیف (Regularity)، روش گلرکین، قضیه لکس-میلگرام، اصل ماکسیمم، مسائل مقدار ویژه.

نیمگروه‌ها: تعریف و انواع نیم گروه‌ها (از جمله پیوسته یکنواخت و پیوسته قوی)، قضیه هیل-یوشیدا (Hille-Yosida)، قضیه لومر-فیلیپس (Lumer-Philips)، مشخصه‌سازی مولدهای خیلی کوچک (Infinitesimal Generators) نیم گروه‌های C_0 ، نگاشت نمایی، نیم گروه تحلیلی، مسأله کوشی مجرد همگن و ناهمگن، همواری جواب‌های انتگرالی (Mild Solutions)، رفتارهای مجانی جواب‌ها، مثال از کاربرد نیم گروه‌ها برای معادلات گرما، موج، شرودینگر و غیره.

آنالیز غیرخطی: قضایای نقطه ثابت شامل قضیه نگاشت انقباضی، قضیه براور، قضیه شاورر، قضیه شاورر، روش‌های تغییراتی و روش گلرکین در مسائل دیفرانسیل غیرخطی، کاربرد در معادلات انتگرال.

مراجع پیشنهادی:

1. R. A., Adams (1975). *Sobolev Spaces*, Academic Press, New York.
2. S. Kesavan (1989). *Topics in Functional Analysis*, New Age International (P) Ltd.



3. E. Zeidler (1995). **Applied Functional Analysis, Main Principles and Their Applications**, Springer-Verlag, New York.
4. M. Milan (1998). **Applied Functional Analysis and Partial Differential Equations**, World Scientific Publishing Co., Inc., River Edge, NJ.
5. J. P., Aubin (2000). **Applied Functional Analysis**, 2nd Edition, Pure and Applied Mathematics, Wiley-Interscience, New York.
6. K. Atkinson and W. Han (2009). **Theoretical Numerical Analysis, A Functional Analysis Framework**, 3rd editon, Springer.
7. H. Brezis (2011). **Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations**, Springer.
8. A. Bressan (2012). **Lecture Notes on Functional Analysis: With Applications to Linear Partial Differential Equations**, American Mathematical Society.



عنوان درس		فارسی		تقریب داده‌های پراکنده							
		انگلیسی		Scattered Data Approximation							
پایه		اصلی		تخصصی		اختیاری		تعداد واحد	تعداد ساعت	درس پیش‌نیاز	
نظری		عملی		نظری		عملی		۴۸		آنالیز عددی پیشرفته و آنالیز حقیقی	
نظری		عملی		نظری		عملی		۳			
حل تمرین: ندارد										نیاز به اجرای پروژه عملی: دارد	

هدف درس: در این درس دانشجویان با نظریه تقریب چندمتغیره نقاط پراکنده در فضای R^d به کمک هسته‌ها بخصوص توابع پایه شعاعی آشنا می‌شوند. ارتباط این توابع با فضاهای سوبولف (فضاهای بومی) را لمس می‌کنند. همگرایی و پایداری این تقریب‌ها را تجزیه و تحلیل می‌کنند. در سراسر درس هم مبانی نظری و هم برنامه نویسی کامپیوتری مدنظر است.

پیشنیازهای علمی لازم: دانشجو پیش از اخذ این درس لازم است با مقدمات آنالیز تابعی آشنا باشد و تسلط کافی با یکی از نرم افزارهای ریاضی مانند Matlab و یا یکی از زبان‌های برنامه‌نویسی مانند Fortran یا C داشته باشد.

ریز مطالب:

تقریب با توابع هسته (Kernel function):

بخش اول: توابع معین مثبت، توصیف آنها به کمک تبدیلات فوریه، توابع پایه شعاعی (RBF)، درونیایی با توابع پایه شعاعی؛ توابع یکنوازی کامل، توصیف‌های برنشتاین-هاوس هولدر-ویدر و شونبرگ.

بخش دوم: توابع معین مثبت مشروط، توصیف با تبدیل فوریه تعمیم یافته، توابع معین مثبت مشروط شعاعی، توصیف با توابع یکنوا، درونیایی با توابع معین مثبت مشروط شعاعی.

بخش سوم: توابع پایه شعاعی با محمل فشرده، تعریف عملگرهای مشتق و انتگرال برای ساخت توابع Wu و Wendland، توابع محمل فشرده دیگر.

فضاهای بومی (Native spaces) و آنالیز خطا:

بخش اول: فضاهای هیلبرت هسته-بازتولید، فضاهای بومی توابع پایه شعاعی و پایه شعاعی مشروط.

بخش دوم: تخمین خطای درونیایی به کمک تابع توان، تخمین خطا بر حسب فاصله تراکم (fill-distance)، اثبات همگرایی طیفی پایه گاوین و چندریمی، تخمین خطا در فضاهای سوبولف به کمک نابرابری‌های نمونه‌ای.

بخش سوم: بحث در پایداری درونیایی پایه شعاعی، کران پایایی برای مقادیر ویژه و عدد وضعیت (حالت) ماتریس درونیاب در حالت‌های مختلف.

مراجع پیشنهادی:

1. M. D., Buhmann (2004). **Radial Basis Functions: Theory and Implementations**, Cambridge University Press.
2. H. Wendland (2005). **Scattered Data Approximation**, Cambridge University Press.
3. G. Fasshauer (2007). **Meshfree Approximation Methods with Matlab**, World Scientific.



عنوان درس		فارسی	حل عددی معادلات دیفرانسیل و انتگرال تأخیری			
		انگلیسی	Numerical Solution of Delay Differential and Integral Equations			
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز		
پایه	اصلی	تخصصی	اختیاری	نظری	عملی	حل عددی معادلات دیفرانسیل معمولی و حل عددی معادلات انتگرال
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	حل تمرین: ندارد
نیاز به اجرای پروژه عملی: دارد						

هدف درس: دانشجوی پس از گذراندن این درس قادر خواهد بود برخی از مسائل کاربردی را به شکل معادلات دیفرانسیل یا معادلات انتگرال تأخیری مدل‌بندی و بعد به حل عددی آنها بپردازد.

ریز مطالب:

معرفی معادلات دیفرانسیل تأخیری به همراه مثال‌های کاربردی، بازخوردهای تأخیری، بررسی وجود و یکتایی جواب، پایداری (موضعی و سراسری)، معرفی معادلات انتگرال تأخیری، وجود و یکتایی جواب، معادلات انتگرال تأخیری با تأخیر صفرشدنی (صفرشدنی)، وجود و یکتایی جواب، روش‌های هم‌محلی برای معادلات تأخیری، همگرایی روش و فوق همگرایی موضعی آن، روش‌های عددی دیگر برای حل معادلات دیفرانسیل و انتگرال تأخیری.

مراجع پیشنهادی:

1. Yang Kuang (1993), **Delay Differential Equations with Applications in population Dynamics**, Academic Press.
2. Smith Hal (2011), **An Introduction to Delay Differential Equations with Applications in the Life Science**, Springer.



عنوان درس		فارسی	حل معادلات انتگرال تکین و کاربردها			
		انگلیسی	Solution of Singular Integral Equations and Applications			
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز		
پایه	اصلی	تخصصی	اختیاری	۳	۴۸	آنالیز حقیقی و حل عددی معادلات انتگرال
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	حل تمرین: ندارد
نیاز به اجرای پروژه عملی: دارد						

هدف درس:

آشنایی با انواع معادلات انتگرال تکین، کاربردها و روش های حل مستقیم و عددی آنها.

ریز مطالب:

- تعریف معادلات انتگرال تکین، انواع آن شامل تکینی (کوشی)، تکینی ضعیف (آبل) و فوق تکینی. کاربردهای آن در مدل بندی مسائل فیزیکی.
- تعریف و خاصیت های مقدار اصلی کوشی برای انتگرال ها و بخش متناهی آدامار، معرفی تبدیلات انتگرالی مانند تبدیل لاپلاس، تبدیل فوریه و تبدیل هیلبرت.
- معرفی و حل معادلات انتگرال آبل و تعمیم های آن روی منحنی های بسته، معادلات انتگرال لگاریتمی.
- معرفی و حل معادلات انتگرال کوشی نوع اول و دوم روی منحنی های بسته و باز و منحنی های مجزا، فرمول Plemelj و فرمول Poincare-Bertrand مسائل ریمان- هیلبرت و کاربرد آن در حل معادلات انتگرال تکین، معرفی هسته هیلبرت و معادله انتگرال با هسته هیلبرت.
- معرفی معادلات انتگرال ابرتکین.
- معرفی روش های عددی حل معادلات بالا شامل روش های طیفی، گالرکین، هم مکانی و روش های مبتنی بر فرمول های انتگرال گیری.

مراجع پیشنهادی:

- V. V. Ivanov (1976). The Theory of Approximate Methods and Their Applications to the Numerical Solution of Singular Integral Equations, Noordhoff International Publishing Leyden.
- R. Estrada and R. P., Kanwal (2000). Singular Integral Equations, Birkhausr Boston.
- N. I., Muskhelishvili (2008). Singular Integral Equations, Boundary Problems of Function Theory and Their Application to Mathematical Physics, Dover Publications, Inc.
- B. N., Mandal and A. Chakrabarti (2011). Applied Singular Integral Equations, CRC Press.



عنوان درس		فارسی		نظریه روش عناصر متناهی									
		انگلیسی		The Theory of Finite Elements Method									
نوع واحد		تعداد واحد		تعداد ساعت		دروس پیش نیاز							
پایه		اصلی		تخصصی		اختیاری		۴۸		۳		آنالیز عددی پیشرفته و آنالیز حقیقی	
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	حل تمرین: حدکثر ۲۴ ساعت			
نیاز به اجرای پروژه عملی: دارد													

هدف درس: تمرکز اصلی این درس بر نظریه روش عناصر متناهی است که در آن به تعریف دقیق عناصر و معرفی انواع مختلف آن به همراه روند ساخت و تخمین خطای تقریب توابع به وسیله عناصر متناهی می پردازد.

پیشنیازهای علمی لازم: دانشجو پیش از اخذ این درس لازم است با معادلات دیفرانسیل جزئی و پایه های آنالیز تابعی آشنا باشد و همچنین درس آنالیز عددی پیشرفته را گذرانده باشد.

ریز مطالب:

فضاهای تابعی: فضاهای ضرب داخلی، فضاهای هیلبرت، فضاهای سوبولف، نامساویهای سوبولف، قضیه اثر (Trace)، فضاهای دوگان، نرم های منفی، فضای توابع قطعه ای چندجمله ای، تصویر متعامد، قضیه نمایش ریس، قضیه لکس-میلگرام.

فرم ضعیف (تغییراتی) مسائل مقدار مرزی: فرم ضعیف مسائل مقدار مرزی، نظریه وجود و یکتایی فرم ضعیف، فرم های تغییراتی برای مسائل مقارن و نامقارن، تخمین رینر-گلرکین و تخمین خطای موضعی.

عنصر متناهی: تعریف و توضیح هر سه قسمت یک عنصر (دامنه عنصر، فضای توابع شکل، مجموعه متغیرهای شبکه)، عناصر متناهی مثلثی (لاگرانژی، ارمیتی، تعمیم به درجات بالاتر)، عنصر مرجع، هم ارزی بین عناصر، عناصر مستطیلی، فضاهای چندجمله ای روی عناصر مستطیلی، عناصر چهارضلعی، عناصر متناهی در ابعاد بالاتر، هرم ها و مکعب مستطیل ها.

نظریه تقریب چندجمله ای در فضاهای سوبولف: چندجمله ای های تیلر میانگینی، نمایش خطا، اثبات تخمین خطا در نرم-های سوبولف، کران های پتانسیل ریس، لم برامبل-هیلبرت، تخمین خطای درونیایی، تخمین های معکوس، تقریب چندجمله ای ضرب تانسوری، تقریب چندجمله ای ایزوپارامتریک.

آنالیز روش برای مسائل مقدار مرزی: فرم تغییراتی برای مسائل بیضوی، انواع شرایط مرزی، فرمول، آنالیز خطای پیشین در نرم انرژی (قضیه Cea) و استدلال دوگانی و تخمین در نرم L_2 . آنالیز خطای پسین در نرم انرژی، تخمین منظمی بیضوی (Elliptic Regularity)، حل معادله بیضوی کلی، تخمین در نرم های منفی، تخمین خطا در نرم های L_p و بخصوص نرم ماکزیمم.

مباحث تکمیلی: روش های عنصر متناهی چندشبهه ای و پیش شرط سازها، روش های عنصر متناهی تطبیقی



1. M. Ainsworth and J. T. Oden (2000), **A Posteriori Error Estimation in Finite Element Analysis**, John Wiley & Sons.
2. D. Braess (2007). **Finite Elements, Theory, Fast Solvers, and Applications in Elasticity Theory**, Cambridge Uni. Press, 3rd. Ed.
3. S. C. Brenner, L. R. Scott (2008). **The Mathematical Theory of Finite Element Methods**, Springer, 3rd. Ed.
4. P. G. Ciarlet (1978). **The Finite Element Method for Elliptic Problems**, North-Holland.
5. M. S. Gockenbach (2006). **Understanding and Implementing the Finite Element Method**, SIAM.
6. G. Strang, G.J. Fix (1973). **An Analysis of the Finite Element Method**, Prentic-Hall.



عنوان درس		فارسی	روش عناصر مرزی
		انگلیسی	Boundary Elements Method
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت
پایه		۳	۴۸
نظری	عملی		
نظری	عملی	اختیاری	دروس پیش نیاز
نظری	عملی	نظری	آنالیز عددی پیشرفته
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: دارد	

هدف درس: در این درس دانشجویان با نظریه و کاربرد روش عناصر مرزی برای حل معادلات دیفرانسیل پاره‌ای بیضوی و سهموی خطی و غیرخطی آشنا می‌شوند.

ریز مطالب :

روشهای مانده وزنی: روش هم محلی، روش گالرکین و روش زیر دامنه،
جواب اساسی: تابع دلتای دیراک، مفهوم جواب اساسی یک معادله، جواب اساسی معادله لاپلاس دو بعدی و سه بعدی،
جواب اساسی معادله هلم هولتز و معادله گرما،
قضیه گرین و تبدیل معادله دیفرانسیل به یک معادله انتگرال، گسسته سازی معادله.

فرمولبندی روش عناصر مرزی برای معادلات دیفرانسیل معمولی

انواع عناصر مرزی: عناصر ثابت، عناصر خطی، عناصر درجه دوم و بالاتر، عناصر پیوسته و ناپیوسته، آشنایی با عناصر مرزی سه بعدی. فرمولبندی روش عناصر مرزی برای معادلات همگن و حالت خاص معادله لاپلاس دو بعدی با انواع عناصر ثابت، خطی و درجه دو.

کاربرد توابع گرین در فرمولبندی روش عناصر مرزی

روش عناصر مرزی برای معادلات غیر همگن: روش جواب خصوصی، روش محاسبه انتگرال‌های دامنه‌ای، روش بردار گالرکین و DRM.

روش تقابل دوگان (DRM): آشنایی با توابع پایه شعاعی (RBFs)، درونیابی با توابع پایه شعاعی.

فرمولبندی روش تقابل دوگان برای معادلات دیفرانسیل بیضوی.

روش عناصر مرزی برای حل معادلات دیفرانسیل غیر خطی.

روش عناصر مرزی برای معادلات سهموی: روش گام‌های زمانی، روش ترکیبی تفاضل‌های متناهی عناصر مرزی، روش جواب اساسی وابسته زمانی، روش تقابل دوگان برای معادلات وابسته زمانی.

مراجع پیشنهادی:

1. P. W., Partridge, C. A., Brebbia and L. C., Wrobel (1991). **The Dual Reciprocity Boundary Element Method**, Computational mechanics publications, Southampton Boston.
2. C. A., Brebbia and J. Dominguez (1998). **Boundary Element Method an Introductory Course**, Computational mechanics publications and McGraw-Hill Book Company.



3. P. Hunter (2001). **FEM/BEM notes**, Department of Engineering Science, The University of Auckland, New Zealand.
4. M. D., Buhmann (2003). **Radial Basis Functions: Theory and Implementations**, Cambridge University Press, Cambridge.
5. J. T., Katsikadelis (2016). **The Boundary Element Method for Engineers and Scientists: Theory and Applications**, Academic Press, 2nd edition.



روش‌های عددی در حل معادلات با مشتقات جزئی هذلولوی							فارسی		عنوان درس		
Numerical Methods for Hyperbolic PDEs							انگلیسی				
دروس پیش‌نیاز	تعداد ساعت	تعداد واحد	نوع واحد								
			اختیاری		تخصصی		اصلی		پایه		
			عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	
حل عددی معادلات با مشتقات معمولی	۴۸	۳	نیاز به اجرای پروژه عملی: دارد								
								حل تمرین: ندارد			

هدف درس: در این درس، دانشجویان با روش‌های عددی در حل معادلات با مشتقات جزئی از نوع هذلولوی اعم از معادلات موج تا معادلات دینامیک گاز و قوانین بقا آشنا می‌گردند. روش‌های اصلی مطرح شده در این درس روش‌های حجم متناهی شامل ENO، TVD و WENO هستند.

پیشنیازهای علمی لازم: دانشجو پیش از اخذ این درس لازم است با روش‌های عددی در حل معادلات با مشتقات معمولی آشنا باشد و تسلط کافی با یکی از نرم افزارهای ریاضی مانند Matlab و یا یکی از زبان‌های برنامه‌نویسی مانند Fortran یا C داشته باشد.

ریز مطالب:

- معرفی معادلات هذلولوی، بقا و مدل‌سازی شار در فیزیک و مهندسی.
- معادلات انتقال خطی بعد یک: مشخصه‌ها، تخمین‌های انرژی و طرح‌های خلاف جهت باد (upwind).
- قوانین بقای اسکالر: شوک‌ها، rarefactions، جواب‌های مساله ریمان، جواب‌های ضعیف و آنروپی، روش‌های حجم متناهی از نوع Godunov، Engquist-Osher و Lax-Friedrichs. همگرایی روش‌های یکنوا (monotone) و روش‌های E-schemes.
- روش‌های مرتبه دوم: Lax-Wendroff، روش‌های TVD، محدودکننده‌ها و روش‌های رونگه-کوتا با پایداری بالا.
- دستگاه‌های خطی: روش‌های صریح، تخمین‌های انرژی، روش‌های حجم متناهی مراتب اول و بالاتر.
- دستگاه‌های غیرخطی: Hugoniot Locus و منحنی‌های انتگرال، جواب‌های صریح ریمان برای معادلات اویلر و آب کم عمق (Shallow-Water).

مراجع پیشنهادی:

1. E. Godlewski and P. A., Raviart (1991). **Hyperbolic Systems of Conservation Laws**, Ellipses, Paris.
2. R. J. LeVeque (2002). **Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems**, Cambridge University Press.
3. H. Holden and N.H., Risebro (2011). **Front Tracking for Hyperbolic Conservation Laws**, Springer.



عنوان درس		فارسی		روش‌های پیشرفته در حل عددی معادلات دیفرانسیل معمولی									
		انگلیسی		Advanced Techniques in Numerical Solution of ODEs									
نوع واحد				تعداد واحد		تعداد ساعت		دروس پیش‌نیاز					
پایه		اصلی		تخصصی		اختیاری		حل عددی معادلات دیفرانسیل معمولی		۴۸		۳	
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نیاز به اجرای پروژه عملی: دارد				حل تمرین: ندارد	

هدف درس: مدل ریاضی بسیاری از پدیده‌های فیزیکی و مسائل مهندسی به شکل معادلات دیفرانسیل معمولی هستند که برای حل عددی روش‌های خاصی را می‌طلبند. در این درس ضمن آشنایی با مفاهیم بیشتری از روش‌های حل عددی ODEs، خانواده روش‌های خطی عمومی معرفی می‌شود که قالبی کلی برای روش‌های متعارف (از جمله روش‌های رونگه-کوتا، چندگامی خطی و پیوندی) بوده و همچنین ساخت روش‌هایی با ویژگی‌های برتر را ممکن می‌سازد که در دسته روش‌های متعارف قرار نمی‌گیرند. روش‌های ساخت و پیاده‌سازی این دسته از روش‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد.

ریز مطالب:

- مفاهیم A-پایداری، L-پایداری، $A(\alpha)$ -پایداری و G-پایداری؛
- ساخت روش‌های رونگه-کوتا با استفاده از درختان ریشه‌دار؛
- تخمین خطا و پیاده‌سازی روش‌های رونگه-کوتا با طول گام متغیر؛
- روش‌های رونگه-کوتای دوگامی و روش‌های رونگه-کوتا با مشتق دوم؛
- روش‌های چندگامی با مشتقات بالاتر (روش‌های ابرشکف) و نقاط جلوتر؛
- روش‌های خطی عمومی (GLMs)، مفاهیم پیش‌سازگاری، سازگاری، صفر-پایداری و همگرایی آنها؛
- معرفی GLMs با خواص پایداری رونگه-کوتا و پایداری درجه دوم؛
- فرم نردسبیک GLMs و ساخت روش‌های کارا از این دسته از روش‌ها؛
- تخمین خطا و پیاده‌سازی GLMs با طول گام متغیر؛
- معرفی روش‌های خطی عمومی با مشتق دوم (SGLMs) و بررسی خواص آنها.

مراجع پیشنهادی:

1. E. Hairer, S. P., Norsett and G. Wanner (2008). **Solving Ordinary Differential Equations II, Nonstiff Problems**, Springer.
2. Z. Jackiewicz (2009). **General Linear Methods for Ordinary Differential Equations**, Wiley.
3. E. Hairer and G. Wanner (2010). **Solving Ordinary Differential Equations II: Stiff and Differential Algebraic Problems**, Springer.
4. J. C. Butcher (2016). **Numerical Methods for Ordinary Differential Equations**, 3rd edition, John Wiley & Sons.



عنوان درس		فارسی		معادلات انتگرال و دیفرانسیل جبری	
انگلیسی		Integral and Differential Algebraic Equations			
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز	
پایه	اصلی	تخصصی	اختیاری	۴۸	۳
نظری	عملی	نظری	عملی	حل عددی معادلات دیفرانسیل و حل عددی معادلات انتگرال	حل تمرین: ندارد
نیاز به اجرای پروژه عملی: دارد					

هدف درس: بررسی دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل و انتگرال با ماتریس ضرایب (ژاکوبین) منفرد موسوم به معادلات دیفرانسیل و انتگرال جبری است. یافتن معادله یا قیود جبری و معمولی و همچنین شرایط اولیه‌ای که در معادله دیفرانسیل (انتگرال) و معادله جبری متناظر صدق کند از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در این درس، ضمن بررسی هر دسته از این معادلات به بررسی مفاهیم کلیدی از جمله مفهوم "شاخص" می‌پردازیم که بیانگر ساختار ریاضی و ماهیت عملگر ریاضی موجود در معادله بوده و ضمن تبیین ارتباطات بین معادلات دیفرانسیل (معمولی و جبری) و معادلات انتگرال جبری به حل عددی هر دسته از این معادلات و جزئیات مربوط می‌پردازیم.

ریز مطالب:

تعریف و خواص معادلات دیفرانسیل جبری: تقسیم بندی (خطی، غیر خطی، نیمه صریح، ضمنی کامل، هسنبرگی، با شاخص بالا، بیان برخی کاربردها، ارتباط معادلات دیفرانسیل جبری با معادلات دیفرانسیل معمولی، قضیه‌های وجود و یکتایی جواب، پدیده Drift off.

مفهوم شاخص (index): شاخص کرونگر، شاخص مشتق گیری، شاخص tractable، شاخص اختلال، شاخص هندسی، مفاهیم تقلیل شاخص، Decoupling و پایداری.

روش‌های عددی حل معادلات دیفرانسیل جبری: روش هم محلی، روش‌های رونگه-کوتا، روش مشتق پیشین (BDF) چند مرحله‌ای، روش‌های چندگامی خطی و بررسی تحلیل خطا و آنالیز پایداری.

تعریف و خواص معادلات انتگرال جبری: تقسیم بندی، معادلات انتگرال نوع سوم و چهارم، معادلات انتگرال جبری با هسته‌های هموار، معادلات انتگرال جبری با هسته‌های منفرد ضعیف، مفهوم Matrix Pencil، خاصیت هموار سازی از مرتبه V برای یک عملگر انتگرالی ولترا و تعریف مسأله V -هموار، بدو ضعیف معادلات انتگرال جبری.

بررسی امکان سنجی تبدیل معادلات دیفرانسیل جبری و معادلات انتگرال جبری به یکدیگر

روش‌های حل عددی معادلات انتگرال جبری: روش هم محلی، روش‌های چندگامی خطی، روش‌های طیفی و بررسی تحلیل خطا و آنالیز پایداری.

معادلات انتگرال- دیفرانسیل جبری.

مراجع پیشنهادی:

1. C. W., Gear (1990). **Differential Algebraic Equations, Indices, and Integral Algebraic Equations**, SIAM J. Numer. Anal. 27, 1527-1534.
2. E. Hairer and G. Wanner (1996). **Solving Ordinary Differential Equations. II. Stiff and Differential-Algebraic Problems**, Second Edition, Springer-Verlag, Berlin.
3. K. E., Brenan, S. L., Campbell and L. R., Petzold (1996). **Numerical Solutions of Initial-Value Problems in Differential Algebraic Equations**, SIAM, Philadelphia, PA.



4. U. M., Ascher and L. R., Petzold (1988). **Computer Methods for Ordinary Differential Equations and Differential-Algebraic Equations**, SIAM Philadelphia, PA.
5. H. Brunner (2004). **Collocation Methods for Volterra Integral and Related Functional Differential Equations**, Cambridge University Press.
6. P. Kunkel and V. Mehrmann (2006). **Differential-Algebraic Equations: Analysis and Numerical Solution**, EMS Publishing House, Zurich, Switzerland.
7. R. Riaz (2008). **Differential-Algebraic Systems: Analytical Aspects and Circuit Applications**, World Scientific, Singapore.
8. R. Lamour, R. März and C. Tischendorf (2013). **Differential-Algebraic Equations: A Projector Based Analysis**, Springer-Verlag, Berlin.



عنوان درس		فارسی				مسائل وارون در معادلات دیفرانسیل			
		انگلیسی				Inverse Problems in Differential Equations			
نوع واحد		تعداد واحد		تعداد ساعت		دروس پیش نیاز			
پایه	اصلی	تخصصی		اختیاری		۴۸	۳	آنالیز حقیقی، آنالیز عددی پیشرفته	
		نظری	عملی	نظری	عملی				
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد							

هدف درس:

مدلهای ریاضی سیستم‌های فیزیکی معمولاً با (دستگاه) معادلات دیفرانسیل توصیف می‌شوند. با داشتن اطلاعاتی از مسئله طبیعی می‌توان معادله دیفرانسیل حاکم را برای یافتن و پیش‌بینی جواب حل کرد. این را اگر یک "مسئله مستقیم" بنامیم، یک "مسئله وارون" به صورت زیر بیان می‌شود: با داشتن اطلاعات و اندازه‌گیری‌هایی از جواب، خصوصیتی از سیستم مانند ضرایب معادله، ناحیه و مرز تحت بررسی، داده‌های مرزی، داده‌های اولیه و غیره را بازسازی کنید یا حدس بزنید. مسائل وارون، که عموماً مسائلی بدوضع هستند، کاربردهای زیادی در فیزیک و مهندسی دارند. هدف این درس مطالعه این مسائل در حوزه معادلات دیفرانسیل و ارائه روش‌هایی محاسباتی برای حل آنهاست.

پیش زمینه‌های علمی: آشنایی با معادلات دیفرانسیل معمولی و جزئی، جبرخطی و جبرخطی عددی، تبدیلات فوریه، آنالیز تابعی پایه‌ای، روش‌های عددی کلاسیک.

ریز مطالب:

آشنایی با مسائل وارون: ارائه مثالهایی از مسائل وارون و تفاوت آنها با مسائل مستقیم، بدوضعی و مثالهایی از مسائل بدوضع، منظم سازی: نظریه کلی منظم سازی برای مسائل خطی بدوضع، منظم سازی تیخونوف، روش تکرار لندویر (Landweber)، روش گرادیان مزدوج برای مسائل غیرخطی، منظم سازی با گسسته سازی: روش‌های تصویری مانند روش گلرکین، روش بکوس-گیلبرت، مسئله مقدار ویژه وارون: مسئله مقدار ویژه در معادلات دیفرانسیل معمولی، رفتار مجانبی مقادیر و توابع ویژه، یکتایی مسئله وارون، ارتباط با مسائل تعیین پارامتر، مسائل طیفی وارون، کاربرد در پردازش تصویر، مسائل وارون در معادلات دیفرانسیل جزئی: مسئله کوشی و بحث وجود و یکتایی و بدوضعی، برخی از مسائل وارون در معادلات دیفرانسیل بیضوی، سهموی و هذلولوی، روش‌های عددی در حل این مسائل، نظریه پراکنش وارون (Inverse scattering): بررسی مسئله پراکنش مستقیم و وجود و یکتایی جواب آن، رفتار مجانبی میدان پراکنش، الگوی میدان دور (Far field pattern)، معرفی مسئله پراکنش وارون، بازسازی اطلاعات از روی الگوی میدان دور.

مراجع پیشنهادی:

1. Victor Isakov, **Inverse Problems for Partial Differential Equations**, 2nd edition, Springer, 2006.
2. Andreas Kirsch, **An Introduction to the Mathematical Theory of Inverse Problems**, 2nd edition, Springer, 2011.
3. Graham M. L. Gladwell, **Inverse Problems in Vibration**, 2nd edition, Kluwer Academic Publishers, Springer, 2004.



عنوان درس		فارسی	روش های طیفی
		انگلیسی	
Spectral Methods			
نوع واحد	تعداد واحد	تعداد ساعت	درس پیش نیاز
	پایه	اصلی	تخصصی
نظری	عملی	نظری	عملی
نظری	عملی	نظری	عملی
حل تمرین: ندارد			
نیاز به اجرای پروژه عملی: دارد			
۴۸ آنالیز حقیقی، آنالیز عددی پیشرفته			

هدف درس:

خانواده‌ی روش‌های طیفی یکی از پنج خانواده‌ی روش‌های اصلی و بزرگ برای حل معادلات دیفرانسیل (معمولی و جزئی) در آنالیز عددی است که از دهه‌ی ۱۹۷۰ میلادی به صورت جدی وارد ادبیات موضوع شد. روش‌های طیفی برای بدست آوردن جوابهایی با دقت عموماً نمایی (طیفی) برای حل مسائلی با جواب‌های هموار به کار می‌روند. هدف این درس مطالعه این روش‌ها و نحوه بکارگیری آن‌ها در حل معادلات دیفرانسیل است. خواننده می‌تواند پس از آن نحوه اعمال روش بر روی انواع دیگر معادلات مثلاً معادلات انتگرال را هم مطالعه نماید.

پیش زمینه‌های علمی: آشنایی با معادلات دیفرانسیل معمولی و جزئی، آشنایی با نظریه تقریب و تقریب با چندجمله‌ایها، فرمول‌های انتگرال‌گیری، آشنایی با جبرخطی عددی، آنالیز تابعی پایه‌ای.

ریز مطالب:

بخش اول (تقریب‌های چندجمله‌ای)

بسط فوریه پیوسته، بسط فوریه گسسته، همگرایی و پایداری بسط‌های فوریه، همگرایی طیفی، پدیده گیبس، تبدیل فوریه سریع، چندجمله‌ایهای متعامد، مسائل اشتورم-لیوویل منظم و منفرد، چندجمله‌ایهای لژاندر، چیبشف، ژاکوبی، لاگر، هرمیت، بهترین تقریب‌های چندجمله‌ای، آنالیز خطای درونیایی و تقریب برشی و بهترین تقریب چندجمله‌ای در نرم‌های سوبولف، فرمول‌های گاوسی و آنالیز خطای آنها در نرم‌های سوبولف، تقریب‌های چندجمله‌ای طیفی در ابعاد بالاتر، تقریب ضرب دکارتی (یا تانسوری)، محاسبه مشتقات چندجمله‌ایها (به صورت مستقیم، به کمک ضرب ماتریسی، به کمک روشهای تبدیلی).

روش‌های طیفی در حل معادلات دیفرانسیل: فرم‌های قوی و ضعیف، روش هم‌مکانی طیفی، روش گلرکین طیفی، روش گلرکین طیفی با انتگرال‌گیری عددی، اعمال شرایط مرزی، روش تاو، پدیده هم‌اثری (aliasing) و روشهای حذف آن، آنالیز خطا برای انواع معادلات، روشهای طیفی روی دامنه‌های نامتناهی، روش‌های طیفی انتقال یافته و توابع گویا، روشهای طیفی در دامنه‌های چندبعدی.

روش‌های شبه طیفی: ماتریسهای مشتق، مقادیر ویژه ماتریس‌های مشتق، ارتباط با تفاضلات متناهی، ارتباط با روشهای هم‌مکانی طیفی و گلرکین طیفی، همگرایی روش‌های شبه طیفی برای جوابهای بینهایت-هموار و متناهی-هموار، هزینه‌های محاسباتی و مقایسه با روشهای دیگر مانند تفاضل متناهی.

روشهای حل دستگاه‌های معادلات جبری نهایی: روش‌های مستقیم، روش‌های تکراری، پیش شرط سازی.

روشهای المان طیفی: تجزیه دامنه، تقریب‌های طیفی روی مثلث، انواع نقاط، کرانه‌های خطا، پیاده‌سازی روش.

مراجع پیشنهادی:

1. Lloyd Nicholas Trefethen, **Spectral methods in MATLAB**, SIAM, Philadelphia Pa, 2000.



2. John P. Boyd, **Chebyshev and Fourier Spectral Methods**, Dover Publications, 2000.
3. Bengt Fornberg, **A Practical Guide to Pseudospectral Methods**, Cambridge University Press, Cambridge, 1996.
4. C. Canuto, M.Y. Hussaini, A. Quarteroni and T.A. Zang, **Spectral Methods-Fundamental in Single Domains**, Springer-Verlag, New York, 2006.
5. C. Canuto, M.Y. Hussaini, A. Quarteroni and T.A. Zang, **Spectral Methods-Evolution to Complex Geometries and Applications to Fluid Dynamics**, Springer-Verlag, New York, 2007.
6. George Em. Karniadakis and Spencer J. Sherwin, **Spectral h-p Element Methods for CFD**, New York, Oxford University Press, 1999.
7. David A. Kopriva **Implementing Spectral Methods for Partial Differential Equations Algorithms for Scientists and Engineers**, Springer-Verlag, 2009.
8. Jan S. Hesthaven, Sigal Gottlieb, David Gottlieb, **Spectral Methods for Time-Dependent Problems**, Cambridge University Press, 2007.
9. David Gottlieb, Steven A. Orszag **Numerical analysis of spectral methods: theory and applications**, SIAM, Philadelphia Pa, 1993.
10. J. Shen, T. Tang, **Spectral and High Order Methods with Applications**, Science Press, China, 2006.



عنوان درس		فارسی		جبر خطی عددی و داده کاوی								
		انگلیسی		Numerical Linear Algebra and Data Mining								
نوع واحد										تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز
پایه		اصلی		تخصصی		اختیاری		۳	۴۸	روش های عددی در جبر خطی		
		عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نظری					
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: دارد										

هدف درس: جبر خطی شاخه ای از ریاضیات است که به بررسی و مطالعه ماتریس ها، بردارها، فضاهای برداری (فضاهای خطی)، تبدیلات خطی و دستگاه های معادلات خطی می پردازد. جبر خطی کاربردهای فراوان و گوناگونی در ریاضیات و محاسبات گسسته دارد. علاوه بر کاربردهای آن در زمینه هایی از ریاضیات همانند جبر مجرد، آنالیز تابعی، هندسه تحلیلی، و آنالیز عددی استفاده های وسیعی نیز در فیزیک، مهندسی، علوم طبیعی و علوم اجتماعی پیدا کرده است. در این درس دانشجویان با کاربردهایی از جبر خطی عددی در داده کاوی آشنا می شوند.

ریز مطالب:

یادآوری مباحثی از جبر خطی و ماتریس ها، روش QR، تقریب با کمترین مربعات، تجزیه ماتریسی: شامل تجزیه مقادارهای منفرد (یا تجزیه مقادارهای تکیه) (SVD)، تجزیه ماتریس های نامنفی (NMF)، تجزیه ماتریس های دودویی (BMF)، روش تجزیه و تحلیل مؤلفه اصلی (PCA)، روش های کاهش رتبه ماتریس، روش زیرفضای گرایلف و تقریب ماتریسی و کاربرد آن در فشرده سازی تصاویر. کاربردها شامل: متن کاوی و بازیابی اطلاعات، خوشه بندی و بازیابی اطلاعات، جستجو در وب و مرتبه صفحات وب، تجزیه تانسور، تجزیه و تحلیل داده genetic، تجزیه و تحلیل تصاویر و ...

مراجع پیشنهادی:

1. G. H., Golub and C. Van Loan (1996). **Matrix Computations**.
2. J. W., Demmel (1997). **Applied Numerical Linear Algebra**.
3. T. Hastie, R. Tibshirani and J. Friedman (2001). **The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction**.
4. G. Strang (2003). **Introduction to Linear Algebra**.
5. Ch. M., Bishop (2006). **Pattern Recognition and Machine Learning**.
6. L. Edlen (2007). **Matrix Methods in Data Mining and Pattern Recognition**, SIAM.



عنوان درس		فارسی	بنیادهای ریاضی سنجش فشرده			
		انگلیسی	The Mathematical Foundations of Compressed Sensing			
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز		
پایه	اصلی	تخصصی	اختیاری	۳	۴۸	روش های عددی در جبر خطی
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	حل تمرین: ندارد
نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد						

هدف درس:

در بسیاری از مدل سازی های مسائل کاربردی علوم، مهندسی، فناوری و ... دستگاه های بزرگ معادلات خطی و غیرخطی به وجود می آیند. برای مثال، جهت شبیه سازی ساختار سیالات در مقیاس بزرگ ممکن است حل کننده های خطی و غیرخطی پیچیده به کار برده شود و یا الگوریتم رتبه بندی وب سایت گوگل منجر به حل دستگاه های خطی با میلیاردها مجهول گردد. دستگاه های معادلات خطی به دو دسته تقسیم می شوند؛ معین و نامعین. به دستگاه خطی که تعداد مجهول ها از تعداد معادلات بیشتر باشد، دستگاه نامعین (undetermined) گفته می شود. در چنین حالتی دستگاه ممکن است بی نهایت پاسخ داشته باشد. معمولاً هدف یافتن پاسخی است که تعداد مؤلفه های غیر صفر آن از یک مقدار مشخص کمتر باشد. سنجش فشرده (CS) روش هایی برای یافتن چنین پاسخ ها از یک دستگاه خطی نامعین است. در این درس دانشجویان با این مبحث و روش های جدید حل چنین دستگاه هایی آشنا می شوند.

ریز مطالب:

مقدمه ای بر CS، روش های حل دستگاه های خطی نامعین، تنکی، آشنایی با الگوریتم های مقدماتی برای حل دستگاه های خطی نامعین شامل: روش های بهینه سازی، روش های مبتنی بر آستانه گذاری، روش های حریصانه. خاصیت فضای پوچ، پایداری، بازیابی بردارها، ماتریس های بازیابی رتبه پایین، تعریف چسبندگی (coherence)، ماتریس های با چسبندگی کوچک. خاصیت طول پای محدود شده (RIP) و کاربرد آن در سنجش فشرده. مقدمه ای بر نظریه قاب ها و کاربردهای آن در سنجش فشرده. کاربردهایی از سنجش فشرده در پردازش سیگنال و تصویر.

مراجع پیشنهادی:

1. Y. Eldar and G. Kutyniok (2012). *Compressed Sensing: Theory and Applications*, Cambridge University Press.
2. S. Foucart and H. Rauhut (2013). *A Mathematical Introduction to Compressive Sensing*, Birkhäuser Basel.



عنوان درس		فارسی		دینامیک سیال محاسباتی									
		انگلیسی		Computational Fluid Dynamics									
نوع واحد				تعداد واحد		تعداد ساعت		دروس پیش نیاز					
پایه		اصلی		تخصصی		اختیاری		۳		۴۸		حل عددی معادلات با مشتقات معمولی و جزئی	
												حل تمرین: ندارد	
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نیاز به اجرای پروژه عملی: دارد					

هدف درس: در این درس، دانشجویان با مسائل دینامیک سیال و روش‌های حل عددی آنها همچنین برخی از اصطلاحات و معادلات مهم در مسائل برخاسته از فیزیک و مهندسی همچون معادلات واکنش-پخش-انتقال، معادلات تراکم ناپذیر ناویه-ستوکس و جفت سازه-سیال (fluid-structure coupling) آشنا می‌شوند.

پیشنیازهای علمی لازم: دانشجوی پیش از اخذ این درس لازم است با روش‌های عددی در حل معادلات با مشتقات معمولی و همچنین روش‌های تفاضلات منتهای و اجزاء منتهای در حل معادلات با مشتقات جزئی آشنا باشد و تسلط کافی با یکی از نرم افزارهای ریاضی مانند Matlab و یا یکی از زبان‌های برنامه‌نویسی مانند Fortran یا C داشته باشد.

ریزمطالب:

- گسسته‌سازهای مکانی و زمانی مراتب بالا برای معادلات پخش-انتقال.
- پراکندگی و پاشیدگی مصنوعی (artificial dissipation and dispersion).
- جریان تراکم پذیر (قوانین بقا، شرایط مرزی، روش‌های گرفتن شوک، لایه‌های مرزی و تلاطم، روش‌های حل عددی).
- جریان تراکم ناپذیر (روش‌های تصویری، روش عناصر منتهای، حل کننده‌های ستوکس، روش‌های طیفی).
- جفت سازه-سیال (فرمول بندی‌های انتگرال-مرزی (boundary-integral formulations)، روش‌های مرز غوطه‌ور (immersed boundary methods).
- دینامیک ژئوفیزیک (آب کم عمق (shallow water)، معادلات موج، جریان‌های متلاطم (turbulent flows).

مراجع پیشنهادی:

1. I. Hundsdorfer, W., Verwer, J.G. (2003), **Numerical Solution of Time-Dependent Advection-Diffusion-Reaction Equations**, Springer Series in Computational Mathematics (series, vol.33), New York, NY: Springer-Verlag
2. J. H. Ferziger and M. Peric, **Computational Methods for Fluid Dynamics**. Springer, 1996.
3. P. Wesseling, **Principles of Computational Fluid Dynamics**. Springer, 2001.
4. C. Cuvelier, A. Segal and A. A. van Steenhoven, **Finite Element Methods and Navier-Stokes Equations**. Kluwer, 1986.
5. S. Turek, **Efficient Solvers for Incompressible Flow Problems: An Algorithmic and Computational Approach**, LNCSE 6, Springer, 1999.



6. R. Lohner, **Applied CFD Techniques: An Introduction Based on Finite Element Methods**. John Wiley & Sons, 2001.
7. J. Donea and A. Huerta, **Finite Element Methods for Flow Problems**. John Wiley & Sons, 2003 .



عنوان درس		فارسی	مباحث ویژه پیشرفته در آنالیز عددی					
		انگلیسی	Special Topics in Numerical Methods					
پایه		نظری		عملی		نظری		تخصصی
نظری		عملی		نظری		عملی		اختیاری
اصلی		نظری		عملی		نظری		تعداد واحد
تعداد ساعت		تعداد واحد		تعداد ساعت		تعداد واحد		دروس پیش نیاز
۴۸		۳		۴۸		۳		اجازه گروه
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد						

درسی است در سطح دکتری در یکی از زمینه‌های تخصصی آنالیز عددی که سرفصل آن بر حسب امکانات و نیاز در نیم-سال مورد نظر توسط استاد مربوطه پیشنهاد شده و پس از تصویب شورای آموزشی و پژوهشی (یا شورای تحصیلات تکمیلی) گروه و دانشکده ارایه می‌شود.



دکتری ریاضی

(زیر برنامه ریاضی مالی)



فصل اول

مشخصات دوره دکتری ریاضی (زیر برنامه ریاضی مالی)



مقدمه

ریاضی مالی یکی از شاخه‌های علوم ریاضی است که در دهه اخیر رشد بی‌سابقه‌ای یافته است. در این شاخه از علوم ریاضی، هم برای علاقه‌مندان به ریاضیات نظری و هم برای آنان که به کاربردهای ریاضی توجه دارند، دنیایی از پیچیدگی‌ها و مسائل چالش برانگیز وجود دارد. علاوه بر این، بازارهای مالی و مؤسسات مالی همه روزه از نتایج تحقیق محققان در زمینه‌های مالی بهره می‌برند و همواره خواستار نتیجه‌های بهتر، تخمین‌های بهتر و تقریب‌های واقعی‌تر برای پیش‌بینی آینده بازار هستند. به همین دلیل، سرمایه‌گذاری‌های بزرگی نیز برای نتیجه گرفتن از این گونه تحقیقات، در دنیا صورت می‌گیرد که این خود باعث جذب نخبگان، علاقه‌مندان و محققان به این عرصه و پیشرفت سریعتر این شاخه از علوم ریاضی شده است. بنابراین راه‌اندازی دوره دکتری ریاضی در زمینه تخصصی ریاضی مالی گامی رو به جلو برای فراهم کردن زمینه مطالعه و پژوهش دانشجویان علاقه‌مند به ادامه تحصیل در این زمینه رو به رشد از علوم ریاضی و تربیت متخصصانی است که بتوانند نیازهای علمی- پژوهشی- کاربردی را در نهادهای مالی کشور، تأمین کنند. همچنین این اقدام باعث گسترش واژگان و مفاهیم علمی و نوشتجات مربوط به این موضوع در میان جامعه علمی کشور و موجب همسویی بسیاری از رشته‌های علمی به منظور تحقیق در این زمینه می‌شود.

تعریف

دوره دکتری ریاضی در زمینه تخصصی ریاضی مالی، یکی از دوره‌های آموزشی و پژوهشی در سطح تحصیلات تکمیلی در نظام آموزش عالی کشور است که پس از دوره کارشناسی ارشد آغاز و به اعطای مدرک رسمی دانشگاهی در مقطع دکتری در رشته ریاضی مالی می‌انجامد و از نظر اجرایی تابع ضوابط، مقررات و آیین‌نامه‌های مصوب شورای برنامه ریزی وزارت علوم، تحقیقات و فناوری است.

اهداف

هدف از ایجاد دوره دکتری ریاضی (زمینه تخصصی مالی)، تربیت افرادی است که در زمینه‌های زیر تبحر داشته باشند.

الف) پژوهش در مبانی نظری ریاضی مالی؛

ب) به کارگیری روشهای احتمالاتی و قرایندهای تصادفی، آنالیز تصادفی در تحلیل مسائل مالی؛

پ) به کارگیری روشهای عددی تصادفی در حل مسائل مالی؛

ت) به کارگیری روشهای آماری به ویژه علوم داده‌ها در حل مسائل مالی؛

ضرورت و اهمیت

با توجه به انواع مبادلات مالی و کالا در دنیای امروز مانند مبادلات نفتی، معاملات مالی از طریق قراردادهای مختلف مانند بیع متقابل، خرید مدت‌دار، خرید ریسک‌دار، سرمایه‌گذاری‌های مدت‌دار و ریسک‌دار؛ ضرورت آگاهی علمی و دقیق از این مدلها برای مؤسسات مالی دولتی و خصوصی بیش از پیش احساس می‌شود. بر این اساس، اجرای این دوره می‌تواند کمک‌های شایان توجهی به حل مسائل و مشکلات مالی کشور بکند و با تربیت پژوهشگرانی که قادر به انجام پژوهش‌های بنیادی در سطح مرزهای دانش هستند، سطح کیفی و کمی تحلیلی‌های مالی را در کشور ارتقا دهد.

نقش و توانایی

دانش‌آموختگان این دوره می‌توانند:

الف) به انجام پژوهش‌های بنیادی و کاربردی در بخش‌های گوناگون ریاضی مالی بپردازند؛

ب) از روشهای عددی تصادفی برای حل مسائل مالی به‌ویژه تخمین، تقریب و پیش‌بینی استفاده کنند؛

پ) از روشهای آماری به‌ویژه تحلیل داده‌ها برای حل مسائل مالی استفاده کنند؛



ت) با کار اصیل ریاضی در کنار افراد با درجه دکتری در اقتصاد، مالی و آمار مسائل پیچیده و چند وجهی اقتصادی و مالی را تحلیل کنند و در حل آن ها بکوشند.

فعالیت دوره دکتری ریاضی (زمینه تخصصی مالی)، تمرکز بر ریاضیات مالی دارد. این دوره برخلاف دوره کارشناسی ارشد که تقریباً یک دوره حرفه‌ای است و هدف آن عمدتاً بازار کار است، یک دوره پژوهشی در داخل ریاضی است، بنابراین دانشجویان باید بر مطالب نظری تمرکز کنند و پایان نامه خود را طوری بنویسند که دارای اصالت در ریاضی باشند. بنابراین تحقیقات به موارد بالا منحصر می‌گردد، و تحقیقات در اقتصاد، علوم مالی و مهندسی مالی و یا تحقیقات در آنالیز عددی دترمینستیک در این برنامه نمی‌گنجد، و تحقیقات در این زمینه ها را باید در رشته ها و یا تمرکز مربوطه انجام داد. البته معمول است که موسسات و بازارهای مالی و نیز شرکت هایی که برای مسائل پیچیده مالی راه حل ارائه می کنند از افراد با دکترای ریاضی در زمینه تخصصی ریاضیات مالی که توانایی استفاده از موضوعات و ابزارهای پیشرفته ریاضی را دارند به عنوان محقق ارشد و هدایتگر گروه کارشناسان مالی مشاوره بگیرند و از همکاری این افراد بهره ببرند. بنابراین دانش آموختگان این دوره بر حسب علاقه خود هم می توانند کار تدریس و تحقیق در دانشگاه ها را دنبال کنند و هم در موسسات و بازارهای مالی ایفای نقش کنند.

کلیات برنامه

عنوان دوره : دکتری ریاضی

پیش نیاز ورود :



فصل دوم

جدول دروس دوره دکترای ریاضی (زیر برنامه ریاضی مالی)



جدول ۱- درس های الزامی - زیر برنامه ریاضی مالی

شماره درس	نام درس	تعداد واحد	ساعت			درس پیش نیاز یا هم نیاز
			جمع	نظری	عملی	
۱	ریاضی مالی ۲	۳	۴۸	۴۸		نظریه اندازه و احتمال و هم نیاز با حسابان تصادفی
۲	معادلات دیفرانسیل تصادفی در بازار های مالی	۳	۴۸	۴۸		نظریه اندازه و احتمال
۳	ریاضیات مالی پیشرفته	۳	۴۸	۴۸		ریاضیات مالی ۱ و ۲
۴	نیم مارتینگل ها در بازار های مالی	۳	۴۸	۴۸		

چنانچه دانشجو در دوره کارشناسی ارشد هر یک از دو درس ۱ یا ۲ جدول دروس الزامی را گذرانده باشد باید درس معادل آن را در دوره دکتری بگذراند. درس ریاضیات مالی پیشرفته، معادل درس ریاضی مالی ۲ و درس نیم مارتینگل ها در بازار های مالی، معادل درس معادلات دیفرانسیل تصادفی در بازار های مالی محسوب می شود.

جدول ۲- دروس اختیاری - زیر برنامه ریاضی مالی

شماره درس	نام درس	تعداد واحد	ساعت			درس پیش نیاز یا هم نیاز
			جمع	نظری	عملی	
۱	حل عددی معادلات دیفرانسیل تصادفی در بازار های مالی	۳	۴۸	۴۸		
۲	معادلات دیفرانسیل پارهای در ریاضی مالی	۳	۴۸	۴۸		نظریه اندازه و احتمال
۳	روش های مونت کارلو برای مالی	۳	۴۸	۴۸		
۴	روش های آماری برای مالی	۳	۴۸	۴۸		-
۵	ارزیابی و مدیریت ریسک	۳	۴۸	۴۸		
۶	مهندسی مالی	۳	۴۸	۴۸		
۷	سرمایه گذاری	۳	۴۸	۴۸		
۸	اوراق بهادار با درآمد ثابت	۳	۴۸	۴۸		
۹	ارزیابی و مدیریت ریسک	۳	۴۸	۴۸		
۱۰	مدیریت ریسک پیشرفته	۳	۴۸	۴۸		
۱۱	نظریه بازی	۳	۴۸	۴۸		
	نظریه بازی های دیفرانسیلی تصادفی	۳	۴۸	۴۸		
۱۲	اقتصادسنجی مالی داده های با فرکانس بالا	۳	۴۸	۴۸		
۱۳	سری های زمانی مالی پیشرفته	۳	۴۸	۴۸		
۱۴	نظریه سیمالی تصادفی	۳	۴۸	۴۸		
۱۵	سری های زمانی مالی	۳	۴۸	۴۸		
۱۶	معرفی سنج های ریسک	۳	۴۸	۴۸		نظریه احتمال - مفاهیمی از



آنالیز تابعی						
		۴۸	۴۸	۳	حسابان ملیون و کاربردهای آن در مالی	۱۷
		۴۸	۴۸	۳	فرایندهای لوی در ریاضی مالی	۱۸
موافقت گروه		۴۸	۴۸	۳	هندسه‌ی مدل‌های مالی	۱۹
		۴۸	۴۸	۳	تحلیل داده‌های با ابعاد بالا	۲۰
درس حسابان تصادفی در مالی		۴۸	۴۸	۳	کنترل بهینه در ریاضی مالی	۲۱
نظریه اندازه و فرایندهای تصادفی		۴۸	۴۸	۳	توسیع پالایه یا توجه به امور مالی	۲۲
اجازه گروه		۴۸	۴۸	۳	مباحث ویژه در ریاضی مالی	۲۳



فصل سوم

سرفصل دروس دوره دکترای ریاضی (زیر برنامه ریاضی مالی)



Mathematical Finance 1			ریاضی مالی ۱
تعداد واحد	پیشنیاز (همنیاز)	از جدول	حل تمرین (ساعت)
۳	پیشنیاز: نظریه اندازه و احتمال همنیاز: حسابان تصادفی در مالی	دروس پیش نیاز	۲۴ ساعت

هدف:

هدف این درس آشنایی دانشجویان با مشتق‌های مالی، مدل‌های قیمت‌گذاری آن‌ها و ریاضیات مورد نیاز برای فهم و توسعه این موضوعات عمدتاً در یک چارچوب زمان-گسسته است. در این درس دانشجویان با مدل بلک-شولز و مفاهیم پایه‌ی آن نیز آشنایی پیدا می‌کنند.

ریز مواد:

مدل‌های گسسته: مروری بر فضاها، احتمال متناهی: تعریف فضای احتمال، متغیر تصادفی، امید ریاضی، امید ریاضی شرطی، مارتینگل، زیر مارتینگل و زیرمارتینگل. قیمت‌گذاری ریسک-خنثی، ارزش‌گذاری دارایی‌ها با تنزیل جریان‌های نقدی آتی آن‌ها، تعریف فرآیند مارکوف و خاصیت مارکوف. تغییر اندازه روی فضاها، احتمال متناهی، فرآیند مشتق رادن-نیکودیم، قضیه قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای (CAPM)، مشتق‌های مالی، اختیارهای خرید و فروش اروپایی و امریکایی، مشتق‌های امریکایی مستقل از مسیر، زمان‌های توقف، مشتق‌های امریکایی وابسته به مسیر، اجرای بهینه مشتق‌های امریکایی، اختیارهای خرید امریکایی، مدل دوجمله‌ای برای قیمت‌گذاری مشتق‌های مالی، آربیتراژ.

مدل‌های پیوسته: مدل بلک-شولز، اندازه‌ی ریسک-خنثی، ارزش‌گذاری ریسک-خنثی مشتق‌های مالی، ارزش‌گذاری مشتق‌های مالی با استفاده از سیدهای بازساز.

تبصره: این درس با مدل‌های گسسته شروع می‌شود که ۷۰٪ مطالب درسی را پوشش می‌دهد. در ۳۰٪ باقی‌مانده درس مدل‌های پیوسته معرفی می‌شوند. پیشنیاز بخش دوم حسابان تصادفی در مالی است. زمانی که مطالب درسی به بخش دوم میرسد دانشجویان در درس حسابان تصادفی در مالی ریاضیات مربوط را خوانده‌اند و می‌توانند این بخش را دنبال کنند. مراجع پیشنهادی:

1. Shreve, Steven. *Stochastic calculus for finance I: the binomial asset pricing model*. Springer Science & Business Media, 2012.
2. Robert, J. Elliot, and P. Ekkehard Kopp. "Mathematics of financial markets." (2005): 217-221.
3. Van der Hoek, John, and Robert J. Elliott. *Binomial models in Finance*. Springer Science & Business Media, 2006.
4. Björk, Tomas. *Arbitrage theory in continuous time*. Oxford university press, third edition, 2009.



حسابان تصادفی در مالی Stochastic Calculus For Finance			
تعداد واحد	پیشنیاز (همنیاز)	از جدول	حل تمرین (ساعت)
۳	نظریه اندازه و احتمال	دروس پیش نیاز	۲۴ ساعت

هدف :

هدف این درس آشنایی دانشجو با حسابان تصادفی و کاربرد در مالی، شامل حرکت براونی، انتگرال تصادفی ایتو و معادلات دیفرانسیل تصادفی است.

ریز مواد :

حرکت براونی، تعریف و ساختن آن، بیان پیوستگی و مشتق پذیری آن، مسیرهای حرکت براونی، ویژگی مارتینگلی، مارکفی، و مارکفی قوی آن، تغییرات مرتبه دوم مسیرهای حرکت براونی، تبدیل ها روی حرکت براونی، تعریف انتگرال وینر و خواص آن، انتگرال ایتو (با شروع از فرایند های مقدماتی و ایزومتری ایتو، ویژگی مارتینگلی انتگرال ایتو، پیوستگی برگردان انتگرال ایتو، انتگرال ایتو به عنوان مارتینگل موضعی، فرمول ایتو یک بعدی، فرمول ایتو ی چند بعدی و کاربرد آن) محاسبه انتگرال تصادفی، انتگرال آسترا تو نوویچ، قضیه لوی و مشخص سازیمارتینگل ها با مسیر پیوسته، فرایند های نمایی و تبدیل اندازه های احتمال، قضیه گیرساف (اولین زمان گذر حرکت براونی و توزیع های آن، قضیه نمایش مادر تینگلی و کاربرد آن در ریاضیات مالی، معادلات دیفرانسیل تصادفی، حل برخی از نمونه ساده، قضیه وجود و یگانگی قوی و ضعیف با شرایط لیپشیتز، کاربرد های مالی آن از جمله فرمول بلک شولتز، مرتون

مراجع پیشنهادی:

1. Kuo, Hui-Hsiung, *Introduction to Stochastic Integration*, Universitext Series, Springer-Verlag, Berlin, 2006.
2. Jeanblanc, M., Yor, M. and Chesney, M., *Mathematical Methods for Financial Markets*, Springer, 2002.
3. Oksendal, B., *Stochastic Differential Equations, An Introduction with Applications*, 6th ed., Universitext Series, Springer-Verlag, Berlin, 2003.
4. Shreve, Steven. *Stochastic calculus for finance II: the binomial asset pricing model*. Springer Science & Business Media, 2012.
5. Schilling, Rene, L., and Partzsch, L., *Brownian Motion, An Introduction to Stochastic Processes*, Walter de Gruyter, 2nded., Berlin/Boston, 2014.



ریاضی مالی ۲		Mathematical Finance 2	
تعداد واحد	پیشنیاز (همنیاز)	از جدول	حل تمرین (ساعت)
۳	ریاضی مالی ۱ حسابان تصادفی در مالی	دروس اصلی	۲۴ ساعت

هدف:

هدف این درس آشنایی دانشجویان با موضوعات پیشرفته مالی مانند اندازه ریسک-خنثی، قضایای اساسی قیمت‌گذاری دارایی‌ها، مدل‌های ساختار زمانی نرخ‌های بهره، قیمت‌گذاری مشتق‌های مالی امریکایی و ریاضیات مربوط به آن‌هاست.

ریز مواد:

نگاهی دیگر به معادله بلک-شولز-مرتون، حل معادله بلک-شولز-مرتون، حروف یونانی، اندازه ریسک-خنثی: دینامیک قیمت سهم، قیمت‌گذاری مشتق‌های مالی، قضایای اساسی قیمت‌گذاری دارایی‌ها، مدل بازار چندبعدی، سهام با سود پرداختی: پرداخت پیوسته، پرداخت یک‌جا، معادلات دیفرانسیل تصادفی و معادلات دیفرانسیل پاره‌ای: قضیه فینمن-کتس، مشتق‌های مالی امریکایی، زمان‌های توقف، تغییر واحد پول، مدل‌های ساختار زمانی نرخ‌های بهره، مدل‌های ساختار زمانی قیمت آتی نفت، قیمت اوراق قرضه، مدل CIR، مدل HJM.

مراجع پیشنهادی:

1. Shreve, Steven. *Stochastic calculus for finance II: continuous-time models*. Springer Science & Business Media, 2012.
2. Björk, Tomas. *Arbitrage theory in continuous time*. Oxford university press, 3rd edition, 2009.
3. Robert, J. Elliot, and P. Ekkehard Kopp. "Mathematics of financial markets." (2005): 217-221.
4. Jeanblanc Monique, Yor, Mark, Chesney, Mark. *Mathematical Methods for Financial Markets*, Springer Finance, 2009.
5. Cairns, Andrew. "Kwok YK: Mathematical Models of Financial Derivatives. Springer Finance, Singapore, 1998." *ASTIN Bulletin* 30, no. 01 (2000): 251-252.



معادلات دیفرانسیل تصادفی در بازارهای مالی Stochastic Differential Equation for Financial Market			
تعداد واحد	پیشنیاز (همنیاز)	از جدول	حل تمرین (ساعت)
۳	حسابان تصادفی	دروس اصلی	۲۴ ساعت

هدف: هدف این درس تدریس معادلات دیفرانسیل تصادفی و کاربرد آن در بازارهای مالی است.

ریز مواد:

دوره ای از حرکت براونی، انتگرال ایتو و فرمول ایتو. قضیه نمایش مارتینگل ها و کاربرد آن در بازارهای مالی، معادلات دیفرانسیل، وجود ویگانگی قوی و ضیف معادلات با شرایط لیبشیتز، خاصیت قوی و ضیف مارکف، مولد پخش ایتو، فرمول دینکین، معادلات پسرو و پیشرو کلموگراف، فرمول فیمن کتز چند بعدی، کاربرد های آن در بازارهای مالی، تغییر اندازه قضیه گیرسانف و کاربرد های آن در بازارهای مالی، مسائل شرایط مرزی، مسائل دریکله و پواسن و کاربرد های آن در بازار های مالی

مراجع پیشنهادی:

1. Chung, K. L. and J. Williams, *Introduction to Stochastic Integration*, 2nd edition, Birkhauser, 2014.
2. Cohen, S. N. and Elliott, R. J., *Stochastic Calculus and Applications*, Springer, 2015.
3. Jeanblanc, M., Yor, M. and Chesney, M., *Mathematical Methods for Financial Markets*, Springer, 2002.
4. Oksendal, B., *Stochastic Differential Equations: An Introduction with Applications*, 6th edition, Springer, 2003.
5. Shreve, Steven. *Stochastic calculus for finance II: the binomial asset pricing model*. Springer Science & Business Media, 2012.



ریاضیات مالی پیشرفته					
Advanced Mathematical Finance					
نوع درس	تعداد واحد	تعداد جلسات	نوع واحد درسی	تعداد ساعات	پیش نیاز
تخصصی	۳	۳۲	نظری	۴۸	ریاضیات مالی ۲۰۱

هدف:

این درس دنباله درس ریاضیات مالی ۲۰۱ است و هدف اصلی آن آشنا کردن دانشجویان با مباحث نظری پیشرفته ریاضیات بازارهای مالی است.

سرفصل‌های اصلی درس:

ساختارهای زمانی نرخ‌های بهره و قیمت‌های اوراق قرضه، مدل‌های عاملی ساختار زمانی، مدل‌های آفین، مدل‌های نرخ بهره تک عاملی: قیمت‌گذاری در بازارهای ناکامل، چند مدل تک عاملی، دینامیک ساختار زمانی: چارچوب هیث-جرو-مورتون، پوشش ریسک مطالبات مشروط، معادله‌ی تطور هیث-جرو-مورتون، مدل هیث-جرو-مورتون، شرط رانش و آربیتراژ، مساله‌ی سازگاری و تحقق‌های متناهی بعد، سبدهای مالی تعمیم یافته اوراق قرضه، مدل‌های مارکوفی هیث-جرو-مورتون، مدل‌های گاوسی مارکوفی، معادلات دیفرانسیل و ساختارهای زمانی.

منابع:

1. Carmona, R. and Tehranchi, M. Interest rate models, Springer, 2006.
2. Kwok, Y. K. Mathematical models of financial derivatives, Springer, 2008.
3. Musiela, M. and Rutkowski, M. Martingale methods in financial modelling, Springer, 1997.





نیم مارتینگل ها در بازارهای مالی			
Semi Martingale for Financial Markets			
تعداد واحد	پیشنیاز (همنیاز)	از جدول	حل تمرین (ساعت)
۳	حسابان تصادفی	دروس اختیاری	۲۴ ساعت

هدف:

هدف این درس معرفی نظریه عمومی فرایندهای تصادفی و کاربرد آن در بازارهای مالی است.

ریز مواد:

معرفی نیم مارتینگل ، فرایندهای صعودی ، مارتینگل با پارامتر پیوسته، تجزیه دوب میر، فرایندهای تغییرات مجذوری ، فرایندهای جبران کننده، فرایندهای جهش های خالص ، زمان های توقف ، اختیاری ، پیشبینی پذیر، انتگرال دولن، انتگرال تصادفی ایتو نسبت به نیم مارتینگل ها، فرمول ایتو ، تعریف انتگرال تصادفی ، فرمول ایتو ، معرفی فرایندهای لوی ، حرکت براونی ، قضیه وجود ویگانگی معادلات دیفرانسیل تصادفی نسبت به زیر مارتینگل ، قضیه دادلی ، خاصیت نمایش پیشبینی پذیر، معادلات دیفرانسیل تصادفی پسرو ، کاربرد در ریاضیات مالی، توسعه پالایش در ریاضیات مالی و بازارهای مالی

مراجع پیشنهادی:

1. Chung, K. L. and J. Williams, *Introduction to Stochastic Integration*, 2th ed. Birkhauser, 2014.
2. Cohen, S. N. and Elliott, R. J., *Stochastic Calculus and Applications*, Springer, 2015.
3. Jeanblanc, M., Yor, M. and Chesney, M., *Mathematical Methods for Financial Markets*, Springer, 2002.
4. Métivier, M., *Semimartingales, A Course on Stochastic Processes*, Walter de Gruyter, 1982.
5. Protter, P., *Stochastic Integration and Differential Equations*, 3rd ed. Springer, 2004.



حل عددی معادلات دیفرانسیل تصادفی در بازارهای مالی Numerical Solutions of Stochastic DE for Financial Markets			
تعداد واحد	پیشنیاز (همنیاز)	از جدول	حل تمرین (ساعت)
۳	حسابان تصادفی در مالی	دروس اختیاری	۲۴ ساعت

هدف: هدف از این درس، آشنایی دانشجویان با مهمترین معادلات دیفرانسیل تصادفی مطرح در ریاضیات مالی و همچنین روش‌های گسسته‌سازی عددی این معادلات است.

سرفصل:

- (۱) نقش معادلات دیفرانسیل تصادفی در قیمت‌گذاری و پوشش ریسک ابزارهای مالی
- (۲) مروری بر خواص حرکت براونی، فرایند پواسون و فرایند پواسون مرکب و روش‌های شبیه‌سازی آنها
- (۳) مروری بر حسابان تصادفی ایتو (انتگرال تصادفی، فرمول ایتو، انتگرال استراتونوویچ)
- (۴) بررسی خواص جواب یک معادلات دیفرانسیل تصادفی با نویز گاوسی و نویز پواسونی
- (۵) معرفی بسط تیلور-ایتو تصادفی و بدست آوردن روش اویلر-مارویاما و روش میلشتاین
- (۶) بررسی مفهوم مرتبه همگرایی قوی و ضعیف
- (۷) معرفی خانواده روش‌های رونگه-کوتای تصادفی
- (۸) معرفی خانواده روش‌های چند-گامی تصادفی
- (۹) معرفی مفهوم پایداری تصادفی و انواع آن (پایداری میانگین مربعات، پایداری مجانبی، پایداری نمایی)
- (۱۰) گسسته‌سازی معادله اورنشتین-اولنیک و کاربرد آن در مدل‌سازی نرخ بهره تصادفی
- (۱۱) گسسته‌سازی دستگاه معادلات تصادفی مدل هستون و کاربرد آن در قیمت‌گذاری اختیار معامله

منابع

1. Kloeden, P. E. & Platen, E. (1999). *Numerical Solution of Stochastic Differential Equations*, Vol. 23 of *Appl. Math.*, Springer. Third printing.
2. Kloeden, P. E., Platen, E. & Schurz, H. (2003). *Numerical Solution of SDEs Through Computer Experiments*, Springer. Third corrected printing.
3. Platen, E. & Bruti-Liberati, N. (2010). *Numerical Solution of Stochastic Differential Equations with Jumps in Finance*, Springer.



معادلات دیفرانسیل پاره ای در ریاضی مالی PDEs in Mathematical Finance			
تعداد واحد	پیشنیاز (همنیاز)	از جدول	حل تمرین (ساعت)
۳	نظریه اندازه و احتمال	دروس اختیاری	۲۴ ساعت

هدف: هدف این درس تدریس معادلات دیفرانسیل پاره ای و کاربرد آن در بازارهای مالی است.

ریز مواد:

مقدمه ای بر معادلات دیفرانسیل پاره ای که در ریاضیات مالی ظاهر می شوند، معادلات سهموی خطی و رابطه آن با معادلات دیفرانسیل تصادفی، معادلات دیفرانسیل پاره ای مرتبه یک، معادله دیفرانسیل تصادفی به عنوان حد زنجیره های مارکف، رابطه بین معادلات دیفرانسیل پاره ای و فرایند تشخیص شرایط مرزی، مقدمه ای بر کنترل بهینه تصادفی، معادله میلتن-ژاکوبی، حل مسئله مرز آزاد (چسبندگی)

مرجع پیشنهادی:

1. Basov, S., Partial Differential Equation in Economics and Finance, Nora Science, 2007.



روش های مونت کارلو برای مالی		Monte Carlo Methods for Finance	
تعداد واحد	پیشنیاز (همنیاز)	از جدول	حل تمرین (ساعت)
۳	حسابان تصادفی (همنیاز)	دروس انتخابی	۲۴ ساعت

هدف: در این درس دانشجویان با اصول اولیه مونت کارلو و تکنیک های مورد استفاده در آن، شبه مونت کارلو و کاربردهای این روش ها در قیمت گذاری اختیارات مالی معامله و مدیریت ریسک آشنا می شوند.

ریز مواد

اصول اولیه مونت کارلو و قیمت گذاری مشتق های مالی، تولید اعداد و متغیرهای تصادفی، تولید مسیرهای نمونه، تکنیک های کاهش واریانس، شبه مونت کارلو، روش های گسسته سازی، برآورد حساسیت، کاربردهای مونت کارلو در مدیریت ریسک

مرجع پیشنهادی:

- 1- Glasserman, Paul. *Monte Carlo methods in financial engineering*. Vol. 53. Springer Science & Business Media, 2003.



Statistical Methods for Finance			روشهای آماری برای مالی
تعداد واحد	پیشنیاز (همنیاز)	از جدول	حل تمرین (ساعت)
۳	-	دروس اختیاری	۲۴ ساعت

هدف: در این دانشجویان با برخی مدلها و روشهای آماری مهم و چگونگی کاربرد آنها در ریاضی مالی آشنا می‌شوند.

ریز مواد:

مروری بر بردارهای تصادفی، توزیع های توام، ماتریس واریانس کواریانس و خواص آن، توزیع نرمال چند متغیره و خواص آن، مدلهای آماری و استنباط آماری، برآورد درستمایی ماکزیمم و خواص آن، محاسبات بیزی، مقدمه ای بر مدل های خطی

مراجع پیشنهادی:

- 1- Abramovich F. and Y. Ritov, Statistical Theory: A Concise Introduction, CRC Press, 2013.
- 2- Casella G. and R. Berger., Statistical Inference, 2nd Edition, Brooks Cole, 2001.
- 3- Westfall P. and Kevin S. S. Henning, Understanding Advanced Statistical Methods, CRC Press, 2013.
- 4- Wood S., Core Statistics, Cambridge University Press, 2014.



ارزیابی و مدیریت ریسک					
Risk Valuation and Management					
نوع درس	تعداد واحد	تعداد جلسات	نوع واحد درسی	تعداد ساعات	پیش نیاز
تخصصی	۳	۳۲	نظری	۴۸	موافقت دانشکده

هدف: در این درس دانشجویان با انواع ریسک و سنجه‌های آن آشنا می‌شوند و تفاوت انواع مختلف ریسک را از نظر داده‌های موجود برای اندازه‌گیری و توزیع زیان ناشی از آن‌ها می‌بینند.

سرفصل‌های اصلی درس:

انواع ریسک (ریسک بازار، ریسک اعتباری، ریسک عملیاتی، ریسک نقدشوندگی، ریسک نرخ بهره، ریسک مدل...)، سبدهای مالی و عملگرهای زیان، سنجه‌های مقدماتی ریسک، سنجه ریسک تعیین شده توسط توزیع زیان، ارزش در معرض خطر (VaR)، Expected Shortfall (ES)، روش‌های محاسبه VaR و ES (روش‌های تجربی، بازه‌های اطمینان، شبیه‌سازی تاریخی، روش کواریانس-واریانس، روش‌های مونت کارلو)، نظریه ارزش بی‌تفاوت برای متغیرهای تصادفی با توزیع دم سنگین، تلاطم، همبستگی، کاپولا، پیمان‌های بازل، مدل‌های ریسک اعتباری سبد مالی، برآورد احتمال نکول و VaR اعتباری، تحلیل سناریو و آزمون استرس، سرمایه اقتصادی و RAROC، اشتباهاتی که در مدیریت ریسک باید از آن‌ها اجتناب کرد.

منابع:

1. McNeil, A., Frey, R., Embrechts, P. Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques, and Tools, Princeton University Press. 2005.
2. Embrechts, P., Klüppelberg, C. and Mikosch, T. (Modelling Extremal Events for Insurance and Finance, Springer Verlag, Berlin. 1997.
3. Hull, John. Risk Management and Financial Institution. Prentice Hall, 3rd edition, 2012.



Financial Engineering		مهندسی مالی	
تعداد واحد	پیشنیاز (همنیاز)	از جدول	حل تمرین (ساعت)
۳	-	دروس انتخابی	۲۴ ساعت

هدف: در این دانشجویان با قراردادهای آتی، آتی ویژه و اختیارهای معامله، ساز و کار بازارهای این مشتق‌های مالی، قیمت‌گذاری این اوراق، استراتژی‌های معاملاتی که شامل این قراردادها هستند، و بالاخره استراتژی‌های پوشش ریسک آن‌ها آشنا می‌شوند.

ریز مواد

ساز و کار بازارهای آتی، استراتژی‌های پوشش ریسک با استفاده از قراردادهای آتی، ساز و کار بازارهای اختیارهای معامله، استراتژی‌های شامل اختیارهای معامله، خواص اختیارهای معامله سهام، درخت دو جمله‌ای و مدل بلک-شولز-مرتون برای قیمت‌گذاری اختیارها، اختیارهای معامله روی شاخص‌های سهام و ارزها، اختیارهای معامله روی قراردادهای آتی، حروف یونانی، اختیارهای نا متعارف.

مرجع پیشنهادی

Hull, John. *Options, futures and other derivatives*. Pearson Education Limited, ninth edition, 2015



سرمایه گذاری			
Investment			
تعداد واحد	پیشنیاز (همنیاز)	از جدول	حل تمرین (ساعت)
۳	-	دروس انتخابی	۲۴ ساعت

هدف: آشنایی دانشجویان با اصل تنوع بخشی، نظریه انتخاب سبد مالی، مدل قیمت گذاری دارایی ها و نسخه های مختلف آن و نظریه قیمت گذاری آربیتراژ.

ریزمواد

سبدهای مالی بهینه، مدل های شاخصی، مدل قیمت گذاری دارایی سرمایه ای، نظریه قیمت گذاری آربیتراژ و مدل های چند عاملی، نظریه بازار کارا.

مراجع پیشنهادی

1. Bodie, Zvi, Alex Kane, and Alan Marcus. "Investments, 10th Global ed." *Maidenhead: McGrawHill Education* (2014).
2. Elton, Edwin J., Martin J. Gruber, Stephen J. Brown, and William N. Goetzman,. "Modern Portfolio Theory and Investment Analysis, Seventh ed." *John Wiley & Sons, Inc.* (2007).



اوراق بهادار با درآمد ثابت		Fixed Income Securities	
تعداد واحد	پیشنیاز (همنیاز)	از جدول	حل تمرین (ساعت)
۳	-	دروس انتخابی	۲۴ ساعت

هدف: در این درس دانشجویان با بازار اوراق قرضه، ارزشگذاری این اوراق، انواع اوراق قرضه، مدل های نرخ بهره و استراتژی های مدیریت سبد اوراق قرضه آشنا می شوند.

ریز مواد

قیمت گذاری اوراق قرضه، اندازه گیری ثمره، تلاحم قیمت ورق قرضه، عوامل موثر بر ثمره ورق قرضه و ساختار زمانی نرخ بهره، اوراق قرضه شرکتی، اوراق قرضه بین المللی، اوراق رهنی، مدل های ریسک اعتباری، مدل های نرخ بهره، تحلیل انواع مختلف اوراق قرضه، استراتژی های مدیریت سبد اوراق قرضه.

مرجع پیشنهادی:

Frank Fabozzi, "Bond Markets, Analysis and Strategies, ninth edition", Pearson(2015).



ارزیابی و مدیریت ریسک					
Risk Valuation and Management					
نوع درس	تعداد واحد	تعداد جلسات	نوع واحد درسی	تعداد ساعات	پیش نیاز
تخصصی	۳	۳۲	نظری	۴۸	موافقت دانشکده

هدف: در این درس دانشجویان با انواع ریسک و سنجه‌های آن آشنا می‌شوند و تفاوت انواع مختلف ریسک را از نظر داده‌های موجود برای اندازه‌گیری و توزیع زیان ناشی از آن‌ها می‌بینند.

ریز مواد

ریسک نرخ بهره، ارزش در معرض خطر (VaR)، تلاطم، همبستگی و کاپولا، پیمان‌های بازل، VaR بازار، رویکرد شبیه‌سازی تاریخی و رویکرد مدل‌سازی، ریسک اعتباری: برآورد احتمال نکول و VaR اعتباری، تحلیل سناریو و آزمون استرس، ریسک عملیاتی، ریسک نقدشوندگی، ریسک مدل، سرمایه اقتصادی و RAROC، اشتباهاتی که در مدیریت ریسک باید از آن‌ها اجتناب کرد.

مرجع پیشنهادی:

- Hull, John. *Risk Management and Financial Institution*. Prentice Hall, 3rd Edition, 2012.



مدیریت ریسک پیشرفته					
Advanced Risk Management					
نوع درس	تعداد واحد	تعداد جلسات	نوع واحد درسی	تعداد ساعات	پیش نیاز
تخصصی	۳	۳۲	نظری	۴۸	موافقت دانشکده

هدف: در این درس دانشجویان با انواع مختلف ریسک موجود در بازارهای مالی آشنا می‌شوند و مفاهیم مرتبط با آن،

ابزار و تکنیک‌های کمی اندازه‌گیری آن را فرا می‌گیرند.

ریز مواد:

انواع ریسک (ریسک بازار، ریسک اعتباری، ریسک عملیاتی، ریسک نقدشوندگی، ریسک نرخ بهره، ریسک مدل، ...)، سبدهای مالی و عملگرهای زیان، سبدهای ریسک: سبدهای مقدماتی ریسک، سبده ریسک تعیین شده توسط توزیع زیان، ارزش در معرض خطر (VaR)، Expected Shortfall (ES)، روش‌های محاسبه VaR و ES (روش‌های تجربی، بازه‌های اطمینان، شبیه‌سازی تاریخی، روش کواریانس-واریانس، روش‌های مونت‌کارلو)، نظریه ارزش بی‌نهایت برای متغیرهای تصادفی با توزیع دم سنگین، توزیع‌های چند متغیره و وابستگی، توزیع بیضوی چندمتغیره، کاپولا (اندازه‌های وابستگی، کاپولای بیضوی، ...).

مراجع پیشنهادی:

- McNeil, A., Frey, R., Embrechts, P. Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques, and Tools, Princeton University Press. 2005.
- Embrechts, P., Klüppelberg, C. and Mikosch, T. (Modelling Extremal Events for Insurance and Finance, Springer Verlag, Berlin. 1997.



Game Theory			نظریه بازی
تعداد واحد	پیشنیاز (همنیاز)	از جدول	حل تمرین (ساعت)
۳	-	دروس انتخابی	۲۴ ساعت

هدف: در این درس دانشجویان مقدمات نظریه بازی ها را می بینند، با استفاده از آن رفتار استراتژیک بازیگران بازارهای مالی را مطالعه می کنند و با کاربردهای طراحی حراج در بازارهای مالی آشنا می شوند.

ریزمواد

بازهای فرم استراتژیک با اطلاعات کامل، تعادل نش در فضای استراتژی های خالص و مختلط، بازی های گسترده با اطلاعات کامل، تعادل کامل زیربازی، بازی های با اطلاعات ناکامل، تعادل نش بیزی، حراج ها، بازی های تکراری، چانه زنی و مثالهایی از کاربرد نظریه بازی در مالی.

مراجع پیشنهادی

1. Gibbons, "A Primer in Game Thoery"
2. Osborne Martin J., "An Introduction in Game Theory", *Oxford University Press* (2003).
3. Shelton, Ronald B., "Gaming the Market", *Wiley* (1997).
4. Chatterjee, Kalyan & Samuelso, William F. "Game Theory and Business Applications" (Selected Chapters)
5. Some Research Papers



عنوان درس		فارسی	نظریه بازی های دیفرانسیلی تصادفی			
		انگلیسی	Stochastic Differential Games Theory			
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز		
پایه	اصلی	تخصصی	اختیاری	عملی	نظری	عملی
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نظری
حل تمرین: دارد				نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد		

هدف : در این درس دانشجویان با مباحثی از نظریه بازی های دیفرانسیلی تصادفی و کاربرد های آن در بازارهای مالی آشنا میشوند.

ریز مواد:

مروری بر معادلات دیفرانسیل پسرو، برنامه ریزی پویا و معادله (HJB) ، اصل ماکسیم تصادفی پانتریاگین، کنترل بهینه دینامیک های مکین-ولاسوف، بازی های مجموع صفرو مجموع ناصفر، بازی های تصادفی خطی-درجه دوم، شرط تعمیم یافته مینیماکس ایساک، تعادل های نش حلقه باز در فرمول بندی ضعیف ، تعادل های نش مارکوفی، بازی های میانگین-میدان.

مرجع پیشنهادی:

1. Carmona Rene. "Lectures on BSDEs, Stochastic Control, and Stochastic Differential Games with Financial Applications", Princeton University, Siam, (2016)



اقتصادسنجی مالی داده های با فرکانس بالا					
High-Frequency Data in Financial Econometrics					
نوع درس	تعداد واحد	تعداد جلسات	نوع واحد درسی	تعداد ساعات	پیش نیاز
تخصصی	۳	۳۲	نظری	۴۸	روش های آماری برای مالی، نیممارتینگل ها در بازارهای مالی

هدف: معامله با فرکانس بالا در اصطلاح یک عمل تجاری کامپیوتری مبتنی بر الگوریتم است که به بنگاه های مالی اجازه می دهد سهام را در کسری از ثانیه معامله کنند. در طی پانزده سال گذشته، استفاده از روش های آماری و اقتصادسنجی برای تحلیل داده های مالی با فرکانس بالا رشد چشمگیری داشته است. هدف اصلی این درس آشنایی دانشجویان با این روش ها و ابزارهای تحلیلی نوظهور برای بررسی داده های مالی با فرکانس بالا است.

سرفصل های اصلی درس:

معادلات پخشی، نیممارتینگل ها، آشنایی با داده، نظریه مجانبی (برآورد تلاطم برای یک فرایند پیوسته)، معرفی تغییرات توانی، مشاهدات با فرکانس بالا (شناسایی و کارایی مجانبی)، برآورد تلاطم یکپارچه، تلاطم و نوفه میکرواستراکچر، برآورد تلاطم نقطه ای، تلاطم و مشاهدات نامنظم، بررسی وجود جهش، تحلیل دقیق جهش (مرتبه فعالیت جهش)، فعالیت متناهی و نامتناهی برای جهش، بررسی لزوم یا عدم لزوم استفاده از حرکت براونی، جهش های هم زمان (Co-jumps).



سری های زمانی مالی پیشرفته					
Advanced Financial Time Series					
نوع درس	تعداد واحد	تعداد جلسات	نوع واحد درسی	تعداد ساعات	پیش نیاز
تخصصی	۳	۳۲	نظری	۴۸	روش های آماری برای مالی، نیم مار تینگل ها در بازارهای مالی

هدف: این درس دانشجویان را با سری های زمانی که اغلب برای مدلسازی های مالی استفاده می شود آشنا می کند.

ریز مواد

مشخصه های سریهای زمانی مالی، مروری بر سری های زمانی ایستا، مروری بر مدل های ARMA و ARIMA، تعریف مدل های ARCH و GARCH اثبات دقیق وجود جواب های یکتا برای معادلات ARCH و GARCH و خواص احتمالی و آماری آنها (نمایش تابع خود کواریانس و ...)، نمایش ARCH(∞) برای مدل های GARCH، خواص توزیع های حاشیه ای مدل های GARCH، پیش بینی در مدل های GARCH، برآورد در مدل های ARCH با استفاده از روش مربعات خطا و خواص احتمالی و آماری آنها، برآورد در مدل های GARCH با استفاده از روش QMLE و خواص احتمالی آنها، آزمونهای مهم در مدل های ARCH و GARCH.

مراجع پیشنهادی

1. Brockwell PJ and Davis RA, (2002) *Introduction to Time Series and Forecasting*, (Second Edition), Springer
2. Francq, C. and Zakoian, J. (2010) *GARCH models*, wiley.
3. Tsay R. S, (2005) *Analysis of Financial Time Series*, (Second Edition), Wiley.



Stochastic Portfolio Theory			نظریه سبدمالی تصادفی
تعداد واحد	پیشنیاز (همنیاز)	از جدول	حل تمرین (ساعت)
۳	حسابان تصادفی و ریاضیات مالی	دروس اختیاری	۲۴ ساعت

هدف: این درس ارتقا یافته درس نظریه سبدمالی کلاسیک مارکوفیتز است. زیربنای این درس نظریه آربیتراژ است و دانشجوین علاوه بر این که سبدمالی را با این دید می بینند با جنبه های عملی تشکیل سبد، از جمله رتبه بندی و خوشه بندی دارایی ها بر مبنای سهم بازار آن ها نیز آشنا می شوند.

ریز مواد

نظریه سبدمالی تصادفی، تنوع بازار سهام، توابع مولد سبدمالی، توابع وزن های بازار رتبه بندی شده، مدل های مانا برای توزیع سرمایه، رفتار سبدهای مالی تولید شده با توابع، کاربردهای نظریه سبدمالی تصادفی

مرجع پیشنهادی

- 1- Fernholz, E. R. "Stochastic Portfolio Theory: Stochastic Modeling and Applied Probability." *Applications of Mathematics (New York)* 48 (2002).



Financial Time Series			سریهای زمانی مالی
تعداد واحد	پیشنیاز (همنیاز)	از جدول	حل تمرین (ساعت)
۳	-	دروس اختیاری	۲۴ ساعت

هدف: در این دانشجویان با سری های زمانی مالی و چگونگی تحلیل و استنباط آماری آنها آشنا می شوند.

ریز مواد

اهداف تحلیل سری های زمانی، مثال هایی از داده های سری زمانی مالی، مشخصه های سری های زمانی مالی، مروری بر تعریف روند و مولفه فصلی و روش های برآورد و حذف آنها، مروری بر مدل های ایستا (تعریف فرایند ایستا، تابع میانگین، تابع خودکواریانس و تابع خودهمبستگی)، مروری بر سری های زمانی خطی و کاربردهای آن (مروری بر ساختار احتمالاتی، استنباط آماری و پیش بینی مدل های ARMA)، مدل های ناهمسانی واریانس شرطی (معرفی و بررسی کامل ساختار احتمالاتی مدل های ARCH و GARCH، استنباط آماری و پیش بینی آنها)، مروری کوتاه بر تحلیل داده های با فراوانی بالا.

مراجع پیشنهادی:

- 1- Francq, C. and Zakoian, J., *GARCH Models*, , Wiley, 2010.
- 2- Gouriéroux, C., *ARCH Models and Financial Applications*, Springer, 1997
- 3- Tsay, R., S., *Analysis of Financial Time Series*, 3rd, Wiley, 2010.
- 4- Xekalaki, E. and Degiannakis, S., *ARCH Models for Financial Applications*, Wiley, 2010.
- 5- Zivot, E. and J. Wang, *Modeling Financial Time Series with S-PLUS*. Springer, 2006



معرفی سنجه‌های ریسک					
Introduction to Risk Measures					
نوع درس	تعداد واحد	تعداد جلسات	نوع واحد درسی	تعداد ساعات	پیش نیاز
تخصصی	۳	۳۲	نظری	۴۸	نظریه احتمال- مفاهیمی از آنالیز تابعی

هدف:

هدف اصلی این درس معرفی جنبه‌های احتمالاتی ریسک مالی و بیمه است و در نهایت برای دانشجویان بینشی نسبت به نظریه غنی سنجه‌های ریسک مورد استفاده در ریاضیات مالی و بیمه‌سنجی فراهم می‌کند.

سرفصل درس:

ترتیب‌های تصادفی (صعودی، محدب صعودی، محدب،...)، سنجه‌های ریسک (پولی، محدب، منسجم، کومونوتن،...)، مجموعه‌های پذیرش، نمایش‌های دوگان، سنجه‌های ریسک سازگار با یک ترتیب تصادفی داده شده، انتگرال Choquet، سنجه‌های ریسک تحریف (distortion)، سنجه‌های ریسک پویا، سنجه‌های ریسک حاصل از معادلات دیفرانسیل تصادفی پسرو (وجود، یکتایی، مقایسه، امیدریاضی غیرخطی (g-expectation)).

منابع:

1. Föllmer, H. and Schied, A. Stochastic finance. An introduction in discrete time, De Gruyter Studies in Mathematics, 4th edition. 2016.
2. El Karoui N. and. Quenez, M.-C. Non-linear Pricing Theory and Backward Stochastic Differential Equations, Financial Mathematics, Lect. Notes in Mathematics 1656, Ed. W. Runggaldier, Springer 1997.
3. Müller, A. and Stoyan, D. Comparison Methods for Stochastic Models and Risks, Wiley Series in Probability and Statistics, Wiley. 2002.



حسابان ملیون و کاربردهای آن در مالی			
Malliavin Calculus and its Applications in Finance			
تعداد واحد	پیشنیاز (همنیاز)	از جدول	حل تمرین (ساعت)
۳	حسابان تصادفی	دروس اختیاری	۲۴ ساعت

هدف: در این درس دانشجویان با حسابان ملیون و کاربردهای آن در حل عددی ضعیف معادلات دیفرانسیل تصادفی و مالی آشنا می‌شوند.

ریز مواد:

فضای احتمال گاوسی، چندجمله‌ای هرمیت، نیم گروه اورنشتاین-اولنیک، حرکت براونی، بسط آشوب وینر، عملگر مشتق، انتگرال جزء به جزء، عملگر دیوژانس و انتگرال تصادفی، فضای سوبولوف گاوسی، نظم و تقریب چگالی متغیرهای تصادفی، فرمول صریح برای چگالی، وجود و همواری چگالی، کاربرد حسابان ملیون در حل عددی ضعیف معادلات دیفرانسیل تصادفی، کاربرد در مالی.

مرجع پیشنهادی:

- 1- Kohatsu-Higa, Arturo, and Miquel Montero. *Malliavin Calculus in Finance*. Birkhäuser Boston, 2004.



Mathematical Finance in Levy Processes		فرایندهای لوی در ریاضی مالی	
حل تمرین (ساعت)	از جدول	پیشنیاز (همنیاز)	تعداد واحد
۲۴ ساعت	دروس اختیاری	حسابان تصادفی	۳

هدف: در این دانشجویان با فرایندهای لوی و خواص و ساختار آنها آشنا می‌شوند و کاربردهای آنها را در ریاضی مالی می‌بینند.

ریز مواد:

توزیع‌های بی‌نهایت تقسیم‌پذیر و خواص آن، نمایش لوی-خینچین توزیع‌های بی‌نهایت تقسیم‌پذیر، فرایندهای با نمونه‌های مستقل و مانا، تعریف فرایندهای لوی، حرکت بروانی، فرایند پواسون ترکیبی، فرایندهای گاما، اندازه تصادفی پواسون و خواص آن، نمایش لوی-خینچین فرایندهای لوی، فرایندهای تبعی و خواص آنها، اولین زمان گذر در فرایندهای لوی، کاربرد فرایندهای لوی در ریاضی مالی.

مراجع پیشنهادی:

- 1- Applebaum D., *Levy Processes and Stochastic Calculus*, Cambridge University Press, 2009
- 2- Bertoin, J., *Levy Processes*. Cambridge University Press, 1996.
- 3- Cont R. and P. Tankov, *Financial Modeling with Jump Processes*. Chapman & Hall/CRC, 2004.
- 4- Kyprianou, A. *Fluctuations of Levy Processes*. 2nd edition, Springer, 2014.
- 5- Protter, P., *Stochastic Integration and Differential Equations*, 2nd ed. Springer, 2004.
- 6- Sato, K., *Levy Processes and Infinitely Divisible Distributions*, 2nd edition, Cambridge University Press, 2014.



هندسه‌ی مدل‌های مالی					
Geometry of Financial Models					
نوع درس	تعداد واحد	تعداد جلسات	نوع واحد درسی	تعداد ساعات	پیش نیاز
اختیاری	۳	۳۲	نظری	۴۸	موافقت گروه

هدف:

این درس از دو بخش تشکیل شده است. در بخش اول ارتباط بین ریاضیات مالی و هندسه مدرن بیان می‌شود. در حقیقت هر داده‌ی مالی، مجموعه‌ای متشکل از معادلات دیفرانسیل تصادفی، حساب بانکی، و مطالبات بانکی روی این دارایی‌ها، در چارچوب بلک-شولز یک کلاف تار متناظر می‌شود. با استفاده از این کلاف تار و مفاهیم هندسی وابسته به آن دانشجویان پس از گذراندن قادر خواهند بود از ویژگی‌های هندسی این کلاف قیمت مطالبه را پیدا کنند. در بخش دوم ارتباط بین دو مفهوم آربیتراژ و انحنا یکی از نظریه مالی و دیگری از هندسه دیفرانسیل بیان می‌شود. هدف این بخش معرفی دیدگاه‌های هندسه دیفرانسیل در ریاضیات مالی است.

سرفصل درس:

بخش اول: مدل‌های بازارهای مالی، معادله‌ی پیشرو و پسرو کلموگورف متناظر با یک مدل مالی، خمینه‌ی متناظر با یک مدل مالی، معادله‌های کلموگورف روی خمینه، هسته حرارت، رابطه‌ی انحناهای مختلف با هسته حرارت، هندسه‌ی هذلولوی و بازارهای لایبور، نیمصفحه‌ی پوانکاره و مدل‌های SVM

بخش دوم: استراتژی آربیتراژ، مطالبات مشروط، اندازه مارتینگل، واحد قیمت‌گذاری، قضیه‌های اساسی قیمت‌گذاری دارایی‌ها، قضیه فارکاش، نبود ناهار مجانی با ریسک صفر (NFLVR)، قضیه کریس-یان، تورمزدایی، شدت‌های جریان نقدی، پیمانه، تبدیل پیمانه‌ای، خمینه‌های ریمانی، کلاف‌های تار، التصاق، انحنا، انحنا ریچی، انحنا لویچوینا، انحنا و آربیتراژ، واحد قیمت‌گذاری و برش، انتقال موازی تصادفی، هونولومی.

منابع:



بخش اول:

4. Henry-Labordere, P., Analysis, Geometry, and Modeling in Finance, Chapman and Hall, 2009.
5. Baaquai, B. E., Quantum Finance: Path integrals and Hamiltonians for options and interest rates, Cambridge university press, ۲۰۰۴.

بخش دوم:

1. Farinelli, S., Geometric Arbitrage Theory and Market Dynamics, Preprint, ۲۰۱۴.
2. Hsu, E. P., Stochastic Analysis on Manifolds, Graduate studies in mathematics, 38 AMS, ۲۰۰۲

تحلیل داده‌های با ابعاد بالا			
High-dimensional Data Analysis			
تعداد واحد	پیشنیاز (همنیاز)	از جدول	حل تمرین (ساعت)
۳	روشهای آماری برای مالی	دروس اختیاری	۲۴ ساعت

هدف: در این دانشجویان با تکنیک‌های مدل‌سازی و تحلیل داده‌های با ابعاد بالا و کاربرد آن برای داده‌های مالی آشنا میشوند.

ریز مواد

مروری بر رگرسیون و مدل‌های خطی، مدل‌های خطی تعمیم یافته، تحلیل مولفه‌های اصلی، لاسو و مدل‌های خطی، لاسو و مدل‌های خطی تعمیم یافته، مروری بر مدل‌های گرافیکی.

مراجع پیشنهادی:

- 1- Buhlmann P. and S. van de Geer, Statistics for High-Dimensional Data. Methods, Theory and Applications, Springer 2011.
- 2- Giraud C., Introduction to High-Dimensional Statistics, CRC Press, 2014.
- 3- James G., Witten D., Hastie T., Tibshirani R., *An Introduction to Statistical Learning: with Applications in R*, Springer, 2013.
- 4- Koch I., Analysis of Multivariate and High-Dimensional Data, Cambridge University Press, 2014.



کنترل بهینه در ریاضی مالی Stochastic optimal control			
تعداد واحد	پیشنیاز (همنیاز)	از جدول	حل تمرین (ساعت)
۳	حسابان تصادفی در مالی	دروس اختیاری	۲۴ ساعت

هدف: در این درس دانشجویان با مفهوم بهینه سازی تصادفی زمان پیوسته، روشهای حل آن، فروش بهینه یک دارایی و انتخاب بهینه یک سبد سرمایه گذاری آشنا می شوند.

ریز مواد: مروری بر کنترل بهینه قطعی شامل اصل ماکسیمم پانترباگین و روش برنامه ریزی پویا، کنترل بهینه برای فرایند های پخش، معادله برنامه ریزی پویا برای فرایندهای پخش کنترلی، قضیه بررسی، جواب های ویسکاسیتی برای معادلات HJB، انتخاب بهینه سبد سرمایه در بازار مالی، توقف بهینه، کاربرد زمان توقف بهینه در اختیار فروش امریکایی، سویچ بهینه و کاربرد آن در مسایلی با شرایط اقتصادی متفاوت.

مراجع پیشنهادی:

1. Pham, H., Continuous time stochastic control and optimization with financial applications. Springer, 2009.
2. Dana, R.A., Jeanblanc, M. Financial markets in continuous time. Springer, 2007.
3. Fleming, W., Rishel, R. Deterministic and stochastic optimal control. Springer, 1975.



عنوان درس		فارسی		کنترل بهینه تصادفی										
		انگلیسی		Stochastic Optimal Control										
نوع واحد		تعداد واحد		تعداد ساعت		دروس پیش نیاز								
پایه	اصلی		تخصصی		اختیاری		۴۸	۳	آشنایی با آنالیز تصادفی					
	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نظری								
حل تمرین: دارد						نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد								

هدف:

در این درس دانشجویان با کنترل بهینه تصادفی زمان-پیوسته برای سیستمهایی با مشاهدات کامل و جزئی، روش‌های حل آنها و مباحثی در نظریه پالایه تصادفی آشنا می‌شوند.

سرفصل درس:

آشنایی با مسائل تغییراتی و انگیزه پیدایش نظریه کنترل، مروری بر کنترل بهینه تعینی، اصل ماکسیمم پانتریگین، قضیه‌های وجود و پیوستگی کنترل بهینه، روش برنامه‌ریزی پویا، معادلات دیفرانسیل پاره‌ای وابسته به برنامه‌ریزی پویا، یادآوری انتگرال ایتو و معادلات دیفرانسیل تصادفی، فرآیندهای پخش مارکوفی، کنترل بهینه برای فرآیندهای پخش، معادله برنامه‌ریزی پویا برای فرآیندهای پخش کنترل، جواب‌های ویسکاسیتی برای معادلات همیلتن-ژاکوبی-بلمن، معادلات تصادفی سهموی و کنترل‌های بهینه برای معادلات ژاکوبی شامل فرآیندهای پخش کنترلی با مشاهدات جزئی.

مراجع پیشنهادی:

1. Makiko Nisio. *Stochastic control theory*. Springer, 2nd Edition, 2015.
2. Alain Bensoussan. *Stochastic control of partially observable systems*. Cambridge University Press, 1992.



عنوان درس		فارسی		توسیع پالایه با توجه به امور مالی								
		انگلیسی		Enlargement of Filtration with Finance in View								
نوع واحد				تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز						
						پایه		اصلی		تخصصی		اختیاری
عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	۴۸	۳	نظریه اندازه و فرایندهای تصادفی
حل تمرین: دارد						نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد						

هدف:

در این درس دانشجویان با مباحث توسیع پالایه و کاربرد آن در ریاضیات مالی به منظور مدل کردن مساله اطلاعات نامتقارن آشنا می‌شوند.

سرفصل درس:

مقدمه ای بر مفاهیم نظریه فرایندهای تصادفی (زمان های توقف، نیممارتینگل‌ها، تبدیل گیرسائف، تصویر و تصویر دوگان، آربیتراژ)، جبران کننده‌ها و نکول: تک نکول، جبران کننده زمان تصادفی، جبران کننده‌ی زمان تصادفی نسبت به پالایه مرجع، فرایندهای COX، دو نکول و پالایه مرجع بدیهی، محاسبه توزیع مشترک، ارزش مشتقات اعتباری، بررسی دینامیک سوآپ‌های نکول اعتباری (CDS) و معرفی آن‌ها به عنوان دارایی‌های پوشش‌دهنده ریسک، مدل کردن فرایندهای COX، غوطه‌وری، ماکزیمم کردن مطلوبیت، پل‌های براونی و پواسون، توسیع اولیه پالایه، پالایش، توسیع تدریجی پالایه، ابزار تصویر و امیدریاضی، مارتینگل‌ها و تجزیه آن‌ها، توزیع شرطی زمان‌های تصادفی، کاربرد در ریاضی مالی.

مرجع پیشنهادی:

6. Aksamit, A. and Jeanblanc, M. Enlargement of Filtration with Finance in View, Springer, 2017.



عنوان درس		فارسی		مباحث ویژه در ریاضی مالی									
		انگلیسی		Special topics in Financial Math									
نوع واحد		تعداد واحد		تعداد ساعت		دروس پیش نیاز							
پایه		اصلی		تخصصی		اختیاری		۳		۴۸		اجازه گروه	
عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نظری								
حل تمرین: با نظر استاد												نیاز به اجرای پروژه عملی: با نظر استاد	

درسی است در سطح کارشناسی ارشد یا بالاتر در زمینه تخصصی ریاضی مالی که بر حسب امکانات و نیاز برای اولین بار ارائه می گردد. ریز مواد درسی مربوطه قبل از ارائه بایستی به تصویب شورای تحصیلات تکمیلی گروه و دانشکده برسد.



دکترای ریاضی - زیر برنامه ریاضیات تصادفی



فصل اول

مشخصات دوره دکترای ریاضی، زیر برنامه ریاضیات تصادفی



با نگاه به تحقیقات افرادی که مدال فیلدز را در زمینه ریاضیات تصادفی از سال ۲۰۰۶ تاکنون به دست آورده‌اند، مشاهده می‌شود که این جایزه عموماً به تحقیقاتی تعلق گرفته است که تجلی ریاضیات مفهومی و به شدت تلفیقی و بین رشته‌ای بوده‌اند. این جایزه به دلیل تلفیق نظریه احتمال، فرآیندهای تصادفی و آنالیز تصادفی با نظریه نمایش، هندسه جبری و توابع خاص، هندسه دو بعدی حرکت بروانی، آنالیز مختلط، آنالیز هارمونیک، معادلات دیفرانسیل پاره‌ای، ترکیبیات جبری و هندسی، نظریه تحلیلی اعداد، دستگاه‌های دینامیکی و معادلات دیفرانسیل پاره‌ای تصادفی، به این محققان تعلق گرفته است. این فقط قسمتی از مهمترین تحقیقات یک دهه اخیر در زمینه نظریه ریاضیات تصادفی است که حوزه معرفتی مهمی در ریاضی امروز است (به قول دیوید مامفورد در آغاز قرن بیست و یکم: «ما در آستانه عصر تصادفی قرار داریم»). این حوزه نقش مهم و تاثیرگذاری در دیگر حوزه‌های ریاضی مانند معادلات دیفرانسیل پاره‌ای، آنالیز ریاضی، ترکیبیات، هندسه جبری و نظریه اعداد دارد. این زمینه، پایه علم آمار نیز هست. ریاضیات تصادفی همچنین یک علم کاربردی است با کاربردهای بسیار مهم در علوم دیگری مانند مکانیک آماری، زیست ریاضی، ریاضیات مالی و مهندسی مالی، علوم کامپیوتر، آنالیز عددی و محاسبات علمی، مخابرات و دیگر رشته‌های علوم و مهندسی. ریاضیات تصادفی به مطالعه مدل ریاضی پدیده‌های تصادفی می‌پردازد و یا گاهی تعبیری تصادفی از مدل‌های ریاضی تعیینی ارائه می‌دهد.

تعریف

دوره دکتری ریاضی (زمینه تخصصی ریاضیات تصادفی) یا دکترای آمار (زمینه تخصصی احتمال و فرایند تصادفی)، یکی از دوره‌های آموزشی و پژوهشی در سطح تحصیلات تکمیلی در نظام آموزش عالی کشور است که پس از دوره کارشناسی ارشد آغاز می‌شود و به اعطای مدرک رسمی دانشگاهی در مقطع دکتری در رشته ریاضی (زمینه تخصصی ریاضیات تصادفی) یا دکترای آمار (زمینه تخصصی احتمال و فرایند تصادفی) می‌انجامد، که به صورت مشترک و به عنوان بین رشته‌ای بین گروه ریاضی و گروه آمار برگزار می‌شود و از نظر اجرایی تابع ضوابط، مقررات و آیین‌نامه‌های مصوب شورای برنامه ریزی وزارت علوم، تحقیقات و فناوری است.

اهداف

در اجرای دوره دکتری ریاضی (زمینه تخصصی ریاضیات تصادفی) یا دکترای آمار (زمینه تخصصی احتمال و فرایند تصادفی) به منظور تربیت نیروی کارآمد اهداف زیر دنبال می‌شود:

- یافتن مدل‌های ریاضی برای پدیده‌های تصادفی؛
- ایجاد پل ارتباطی بین ریاضیات تصادفی با دیگر رشته‌ها و زمینه‌های علوم ریاضی؛
- ایجاد پل ارتباطی بین ریاضیات تصادفی با دیگر علوم مانند زیست‌شناسی و ژنتیک، مالی و اقتصاد، مدیریت، فیزیک و مهندسی علوم داده‌ها.



نقش و توانایی

دانش‌آموختگان دوره دکتری ریاضی (زمینه تخصصی ریاضیات تصادفی) یا دکترای آمار (زمینه تخصصی احتمال) می‌توانند:

- به انجام پژوهش‌های بنیادی و کاربردی در خود ریاضیات تصادفی و ارتباط آن با دیگر رشته‌های ریاضی بپردازند.
- به انجام پژوهش‌های بنیادی و کاربردی در مدل‌سازی ریاضی برای پدیده‌های تصادفی در علوم زیست‌شناسی، اقتصاد، مالیه، فیزیک، علوم کامپیوتر بپردازند.
- از ابزار آنالیز عددی و محاسبات علمی برای شناخت و توصیف پدیده‌های تصادفی استفاده کنند.

ضرورت و اهمیت

چندین دهه است که با پیشرفت علوم گوناگون، مشخص شده است که مدل‌های واقعی پدیده‌های طبیعی، آن‌هایی هستند که نقش عوامل تصادفی را نیز در نظر می‌گیرند. به همین دلیل، بخش‌ها و شاخه‌های مختلف ریاضیات که دانش مدل‌سازی پدیده‌های طبیعی و مطالعه آن‌ها است، به‌شدت با مطالعه مدل‌های نظری و عددی تصادفی درآمیخته شده‌اند. از این‌رو شناخت ریاضیات تصادفی می‌تواند دانشجو را با دنیای پژوهشی وسیعی روبه‌رو سازد که هم به لحاظ نظری از زیبایی و کارایی برخوردار است و هم از جنبه کاربردی، گستره وسیعی از مباحث را هم در خود ریاضیات و هم بیرون از آن، در بر می‌گیرد.

عنوان دوره : دکترای ریاضی یا دکترای آمار

پیشنیاز ورود :

مواد آزمون ورودی (کنکور)



فصل دوم

جدول دروس دوره دکترای ریاضی، زیر برنامه ریاضیات تصادفی



جدول شماره ۱: درس های اصلی - زیر برنامه ریاضیات تصادفی

شماره ردیف	نام درس	تعداد واحد	پیش نیاز یا هم نیاز (ها)
۱	نظریه پیشرفته احتمال	۳	نظریه اندازه و احتمال
۲	فرآیندهای تصادفی پیشرفته	۳	نظریه پیشرفته احتمال
۳	فرآیندهای تصادفی کاربردی	۳	نظریه اندازه و احتمال
۴	انتگرال تصادفی	۳	آنالیز تصادفی
۵	نظریه معادلات دیفرانسیل تصادفی	۳	آنالیز تصادفی

اخذ درس ردیف ۱ و یکی از دروس ردیف های ۲ تا ۵ از جدول شماره ۱، به عنوان درس های اصلی زمینه تخصصی با نظر استاد راهنما و دانشکده ضروری است. دانشجو می تواند سایر درس های جدول شماره ۱ را اگر در دوره کارشناسی ارشد نگذرانده است، به عنوان درس تخصصی - اختیاری خود انتخاب کند.

جدول شماره ۲: درس های تخصصی - انتخابی - زیر برنامه ریاضیات تصادفی

شماره درس	نام درس	تعداد واحد	پیش نیاز یا هم نیاز (ها)
۱	آنالیز تصادفی کسری	۳	آنالیز تصادفی
۲	فرآیند لوی	۳	آنالیز تصادفی
۳	نظریه معادلات دیفرانسیل پارامتری تصادفی	۳	آنالیز تصادفی
۴	روش های عددی در معادلات دیفرانسیل تصادفی	۳	آنالیز تصادفی
۵	روش های عددی در معادلات دیفرانسیل پارامتری تصادفی	۳	نظریه معادلات دیفرانسیل پارامتری تصادفی
۶	معادلات تحولی تصادفی	۳	نظریه معادلات دیفرانسیل پارامتری تصادفی
۷	کنترل بهینه تصادفی	۳	آنالیز تصادفی
۸	فرآیندهای تصادفی مارتینگال ضعیف	۳	نظریه اندازه و احتمال
۹	فرآیندهای تصادفی مجموعه مقدار	۳	فرآیندهای تصادفی پیشرفته
۱۰	فرآیندهای تصادفی پایدار	۳	نظریه اندازه و احتمال
۱۱	فرآیندهای پخش	۳	نظریه معادلات دیفرانسیل تصادفی
۱۲	اصل انحراف های بزرگ و کاربردهای آن	۳	نظریه پیشرفته احتمال
۱۳	حسابان ملیوان و کاربردهای آن	۳	آنالیز تصادفی
۱۴	شمول های دیفرانسیلی تصادفی	۳	فرآیندهای تصادفی مجموعه مقدار



۱۵	اندازه‌های تصادفی	۳	نظریه پیشرفته احتمال
۱۶	گراف‌های تصادفی	۳	نظریه اندازه و احتمال
۱۷	نظریه نشت	۳	نظریه پیشرفته احتمال
۱۸	آنالیز تصادفی روی خمینه‌ها	۳	انتگرال تصادفی و هندسه خمینه‌ها
۱۹	روش‌های احتمالاتی در آنالیز ریاضی	۳	نظریه معادلات دیفرانسیل تصادفی
۲۰	شبیه‌سازی	۳	نظریه اندازه و احتمال
۲۱	ماتریس‌های تصادفی	۳	نظریه اندازه و احتمال
۲۲	میدان‌های تصادفی	۳	آنالیز تصادفی
۲۳	فرآیندهای تصادفی نقطه‌ای	۳	فرآیندهای تصادفی کاربردی
۲۴	معادلات دیفرانسیل تصادفی پرو	۳	نظریه معادلات دیفرانسیل تصادفی
۲۵	احتمال روی فضاهاى باناخ	۳	آنالیز تصادفی و آنالیز تابعی
۲۶	عملگرهای خطی تصادفی	۳	آنالیز تصادفی و آنالیز تابعی
۲۷	روش‌های احتمالاتی در ترکیبیات	۳	نظریه اندازه و احتمال
۲۸	روش‌های احتمالاتی در مدل‌های ژنتیکی	۳	آنالیز تصادفی
۲۹	هندسه تصادفی	۳	آنالیز تصادفی
۳۰	مارتینگل‌ها در فضاهاى باناخ	۳	احتمال روی فضاهاى باناخ
۳۱	نظریه پایداری معادلات دیفرانسیل تصادفی	۳	نظریه معادلات دیفرانسیل تصادفی
۳۲	همگرایی ضعیف	۳	آنالیز تصادفی و آنالیز تابعی
۳۳	فرآیندهای مارکف	۳	فرآیندهای تصادفی پیشرفته و آنالیز تابعی
۳۴	فرآیندهای تجدید و قدم زدن تصادفی	۳	فرآیندهای تصادفی کاربردی
۳۵	احتمال در ابعاد بالا	۳	نظریه پیشرفته احتمال
۳۶	مباحث ویژه در ریاضیات تصادفی	۳	اجازه گروه (دانشکده)



فصل سوم

سرفصل دروس دوره دکترای ریاضی - زیر برنامه ریاضیات تصادفی



عنوان درس		فارسی	نظریه پیشرفته احتمال
		انگلیسی	Advanced Probability Theory
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعات
پایه		اختیاری	دروس پیش نیاز
اصلی		تخصصی	نظریه اندازه و احتمال
عملی		نظری	۴۸
عملی		نظری	۳
عملی		عملی	نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد
حل تمرین: دارد			

هدف: در ادامه درس نظریه اندازه و احتمال، هدف این درس آشنا کردن دانشجویان با سه موضوع اصلی است: اول، قانون‌های ضعیف و قوی اعداد بزرگ؛ دوم، قضیه‌های حد مرکزی و سوم، نظریه مارتینگل‌های زمان-گسسته. تمرکز در این درس بر بیان و اثبات دقیق قضیه‌های مربوط به این سه بخش است.

سرفصل درس: قانون صفر- یک کلموگرف، قانون صفر- یک هویت- ساواژ، دنباله متغیرهای تصادفی، قضیه توسیع کلموگرف، دنباله متغیرهای تصادفی مستقل هم‌توزیع، قضیه سه سری کلموگرف، قانون‌های ضعیف اعداد بزرگ، قانون‌های قوی اعداد بزرگ، تابع مشخصه و ویژگی‌های آن، یکتایی و قضیه وارون برای تابع مشخصه، قضیه پیوستگی لوی، همگرایی ضعیف، قضیه‌های حد مرکزی، قضیه لیپانف، آرایه‌های مثلثی و لیندبرگ، قانون لگاریتم مکرر، توزیع‌های بی‌نهایت بار تقسیم‌پذیر و پایداری، قضیه همگرایی مارتینگل‌های زمان-گسسته همراه با اثبات، انتگرال‌پذیری یکنواخت و رابطه آن با قضایای همگرایی، قضیه توقف اختیاری در حالت زمان-گسسته، قضیه تجزیه دوب برای مارتینگل‌های زمان-گسسته، نامساوی‌های ضعیف و قوی دوب برای مارتینگل‌های زمان-گسسته، کاربرد مارتینگل‌های زمان-گسسته در قضیه رادن-نیکودیم، کاربرد مارتینگل‌های زمان-گسسته در قضیه حد مرکزی، مارتینگل‌های زمان-معکوس، قضیه همگرایی مارتینگل‌های زمان-معکوس.

مراجع پیشنهادی:

- 1 - Chung, K. L., *A Course in Probability Theory*, 3rd ed., Academic Press, 2000.
- 2- Durrett, R., *Probability: Theory and Examples*. 4th ed., Cambridge University Press, 2010.
- 3- Dudley, R., *Real Analysis and Probability*, 2nd ed., Cambridge University Press, 2002.
- 4- Kallenberg, O., *Foundations of Modern Probability*, 2nd. ed., Springer-Verlag, 2002.
- 5-Le Gall, J.-F., *Brownian Motion, Martingales and Stochastic Calculus*, Springer-Verlag, 2016.



عنوان درس		فارسی		فرآیندهای تصادفی پیشرفته	
انگلیسی		Advanced Stochastic Processes			
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز	
پایه	اصلی	تخصصی	اختیاری		
نظری	عملی	نظری	عملی		
حل تمرین: دارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد		نظریه پیشرفته احتمال	

هدف: آشنایی دانشجویان با انواع فرآیندهای تصادفی به ویژه حرکت براونی و خواص آن، مارتینگل‌های زمان-پیوسته و انتگرال تصادفی نسبت به نیمه‌مارتینگل‌ها.

سرفصل درس: تعریف فرآیند تصادفی، فرآیندهای تصادفی هم‌ارز، فرآیندهای تصادفی اندازه‌پذیر، فرآیندهای تصادفی پیوسته، فرآیندهای تصادفی cadlag ، فرآیندهای تصادفی جدایی‌پذیر و قضیه دوب درباره وجود برگردان جدایی‌پذیر، فرآیندهای تصادفی پیش‌بینی‌پذیر، سیگما-میدان پیش‌بینی‌پذیر، قضیه توسیع کلموگروف، قضیه پیوستگی کلموگروف، آشنایی با فرآیندهای گاوسی و ویژگی‌های آن، ساختن حرکت براونی با استفاده از قضیه توسیع کلموگروف، ساختن حرکت براونی به روش لوی، ساختن حرکت براونی بر فضای توابع پیوسته، ساختن حرکت براونی به روش سری فوریه تعمیم‌یافته و استفاده از دنباله متغیرهای تصادفی $i.i.d.$ با توزیع نرمال، پیوستگی مسیرهای براونی، مشتق‌ناپذیری مسیرهای براونی، فرآیند تغییرات مرتبه دوم براونی، بیان ویژگی مارتینگلی حرکت براونی و آماده‌سازی زمینه برای آشنایی با مارتینگل‌های زمان-پیوسته، مارتینگل‌های زمان-پیوسته، نامساوی‌های مارتینگلی دوب برای مارتینگل‌های زمان-پیوسته، ویژگی‌های زمان‌های توقف پیوسته، رده‌بندی زمان‌های توقف پیوسته، قضیه نمونه‌گیری اختیاری در حالت زمان-پیوسته، قضیه توقف پذیری در حالت زمان-پیوسته، قضیه توقف اختیاری در حالت زمان-پیوسته، قضیه همگرایی دوب برای مارتینگل‌های زمان-پیوسته، فرآیندهای صعودی و قضیه تجزیه دوب-میر برای مارتینگل‌های زمان-پیوسته، آشنایی با نیمه‌مارتینگل‌ها و مارتینگل‌های موضعی، انتگرال تصادفی نسبت به نیمه‌مارتینگل‌ها.

مراجع پیشنهادی:

- 1- Cohen, S.N., Elliot, R. J., *Stochastic Calculus and Applications*, 2nd ed., Birkhauser, 2015.
- 2- Yeh, J., *Martingales and Stochastic Processes*, World Scientific, 1995.
- 3- Métivier, M., *Semimartingales: A Course on Stochastic Processes*, Walter de Gruyter, 1982.
- 4- Protter, P., *Stochastic Integration and Differential Equations*, (3rd ed.), Springer-Verlag, 2004.



عنوان درس		فارسی		فرآیندهای تصادفی کاربردی									
		انگلیسی		Applied Stochastic Processes									
نوع واحد				تعداد واحد		تعداد ساعت		دروس پیش نیاز					
پایه		اصلی		تخصصی		اختیاری		۳		۴۸		نظریه اندازه و احتمال	
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد					
حل تمرین: دارد													

هدف: در این درس با توجه به اینکه درس دانشجویان درس نظریه اندازه و احتمال را گذرانده‌اند با استفاده از ابزار قوی مانند مارتینگل و همگرایی و ... به مطالعه فرآیندهای مارکف، فرآیند شاخه ای، فرآیند تجدید، و کاربرد های متنوع آنها می‌پردازند.

سرفصل درس:

زنجیره‌های مارکف با تعداد متناهی حالت و قضیه فروبینوس، زنجیر مارکف مونت کارلو، تعریف زنجیره‌های مارکف زمان-پیوسته، توابع یا ماتریس‌های انتقال، معادله چپمن-کلموگروف، زمان‌های پرش، ماتریس مولد، معادلات پسرو و پیشرو کلموگروف، خواص ارگودیک زنجیره‌های مارکف، تعریف فرآیند تجدید و خواص مقدماتی آن، معادلات تجدید، فرآیند سن و باقیمانده عمر، قضیه کلیدی تجدید و قضیه بلکول، فرآیندهای تجدید مانا و خواص آن، تعریف فرآیندهای نوپیدایشی و خواص آن، معادلات تجدید و قضیه اسمیت، انواع مدل صف و کاربرد فرایندهای تجدید و زنجیره‌های مارکف زمان پیوسته در نظریه صف، فرایندهای شاخه‌ای، مدل گالتون-واتسون، روش‌های احتمالی و تحلیلی در مدل گالتون-واتسون، مسائل انقراض، قدم تصادفی شاخه‌ای، فرایندهای شاخه‌ای زمان پیوسته و خواص آن.

مراجع پیشنهادی:

- 1- Grimmett, G. and Stirzaker, D., *Probability and Random Processes*, Oxford Univ. Press, 2001.
- 2- Hoel P. G., Port, P. G. and C, J. Stone, *Introduction to stochastic Processes*, Waveland Pr Inc. 1986.
- 3- Karlin, S. and Taylor, H. M., *A First Course in Stochastic Processes*, 2nd Edition, Academic Press, 1975.
- 4- Pinsky, M. A. and Karlin, S., *An Introduction to Stochastic Modeling*, 4th Edition. Academic Press, 2010.
- 5- Resnick, S., *Adventures in stochastic Processes*, Birkhauser, 1999.
- 6- Serfozo, R., *Basics of Applied Stochastic Processes*, Springer, 2009.



عنوان درس		فارسی	اندازه‌های تصادفی				
		انگلیسی	Random Measures				
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش‌نیاز			
پایه		اصلی	تخصصی	اختیاری		نظریه پیشرفته احتمال	
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی		
حل تمرین: دارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد					

هدف: نظریه اندازه‌های تصادفی یکی از بخش‌های اصلی نظریه احتمال است که به همان میزان اهمیت که نظریه مارتینگل‌ها و نظریه ارگودیک. هدف از این درس آشنا کردن دانشجو با مبانی و ابزارهای نظریه اندازه‌های تصادفی و کاربردهای آن است.

سرفصل درس: فضاهاى برل و فضاهاى اندازه، اندازه حاصل‌ضربى، اندازه فاکتوريل، هسته‌ها و عملگرها، مشتق‌گیرى، پادانتگرال، توزیع‌ها و ساختارهای موضعی، پیوستگی مطلق و شرطی‌سازی، فرآیندهای جمعی و مخلوط، فرآیند پواسن خطی و فرآیند دوجمله‌ای، استقلال و بی‌نهایت بار تقسیم‌پذیری، انتگرال پواسن و انتگرال‌های وابسته به آن، دنباله‌ها و فرآیندهای متقارن، همگرایی و تقریب، توپولوژی ضعیف، همگرایی در توزیع، آرایه‌های پوچ و بی‌نهایت بار تقسیم‌پذیری، تقریب قوی و همگرایی قوی، تبدیل‌ها و تقارن‌ها، مانایی در فضاهاى اقلیدسى، اندازه‌های پالم، اندازه‌های وارون، ناوردایی مجانبی، میانگین‌گیری و حدهای هموارساز، ناوردایی موضعی، قضیه بالوت، اندازه‌های کمیل و هسته پالم، اندازه‌های پالم تبدیل‌یافته و شرطی‌سازی، شرطی‌سازی تکراری و دستور بازگشتی پالم، تصادفی کردن و فرآیندهای کاکس، برخورد و شرطی‌سازی موضعی، دوگانى و نمایش هسته‌ای، اندازه‌ها و هسته‌های ناوردا، نمایش ناوردا و هسته‌های پالم، معکوس کردن اندازه، دوگانى و انتقال جرم، پادانتگرال ناوردا، چگالی‌ها و پادانتگرال مانا، شرطی‌سازی بیرونى، زمانها و فرآیندهای پیش‌بینی‌پذیر، تجزیه دوب-میر، ناوردایی و تعویض زمان پیش‌بینی‌پذیر، انتگرال چندگانه، انتگرال پواسن و انتگرال‌های وابسته به آن، انتگرال فرآیندهای نقطه‌ای متقارن، انتگرال لوی، سری‌ها و انتگرال‌های چندگانه، فرآیندهای خطی و تخت، فرآیندهای شاخه‌ای و ابرفرآیندها.

مرجع پیشنهادی:

1- Kallenberg, O., Random Measures: Theory and Applications, Springer-Verlag, 2017.



عنوان درس		فارسی		شمول‌های دیفرانسیلی تصادفی							
		انگلیسی		Stochastic Differential Inclusions							
نوع واحد				تعداد واحد		تعداد ساعت		دروس پیش‌نیاز			
				۳		۴۸		فرآیندهای تصادفی مجموعه مقدار			
پایه		اصلی		تخصصی		اختیاری		حل تمرین: دارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد	
عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نظری				

هدف: هدف از این درس، آشنا کردن دانشجو با محتوای علمی نظریه شمول های دیفرانسیلی و کاربردهای آنها است و دانشجویی که قبلاً در دوره کارشناسی ارشد درس آنالیز تصادفی مجموعه مقدار را خوانده باشد، با مطالعه این درس می تواند برای پژوهش در زمینه شمول های دیفرانسیلی تصادفی و کاربردهای آن به ویژه در کنترل بهینه تصادفی آمادگی لازم را کسب کند.

سرفصل درس: آشنایی با توابع مجموعه مقدار، دامنه و برد و تصویرارون توابع مجموعه مقدار، توابع مجموعه مقدار اندازه پذیر، فرآیندهای تصادفی مجموعه مقدار، انتخابگر اندازه پذیر، توابع مجموعه مقدار شبه پیوسته، انتخابگرهای پیوسته، انتگرال آومان، انتگرال تصادفی مجموعه مقدار، امید شرطی مجموعه مقدار، آشنایی با مارتینگل های مجموعه مقدار، شمول های تابعی تصادفی، شمول های دیفرانسیلی تصادفی، شمول های دیفرانسیلی پسرو، فشردگی ضعیف مجموعه جواب ها، کاربرد در زمان خروج فرآیندهای تصادفی، تابع های تصادفی مجموعه مقدار، انتگرال های وابسته به پارامتر، مولدهای پخش مجموعه مقدار، انتخابگر پیوسته برای عملگرهای پخش مجموعه مقدار، مسائل مقدار مرزی و اولیه برای معادلات دیفرانسیل پاره ای نیمه بیضوی، نمایش تصادفی جواب معادلات دیفرانسیل پاره ای، وجود جواب برای مسئله تصادفی دیریکله-پواسن، قضیه های وجود جواب برای شمول های دیفرانسیلی پاره ای، آشنایی با مسائل کنترل بهینه برای معادلات دیفرانسیل تصادفی، مسائل کنترل بهینه برای شمول های تابعی تصادفی، مسائل کنترل بهینه برای شمول های دیفرانسیلی تصادفی.

مرجع پیشنهادی:

1- Kisielewicz, M., Stochastic Differential Inclusions and Applications, Springer-Verlag, 2013.



عنوان درس		فارسی		نظریه معادلات دیفرانسیل تصادفی	
انگلیسی		Theory of Stochastic Differential Equations			
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش‌نیاز	
پایه	اصلی	تخصصی	اختیاری	۴۸	۳
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی
حل تمرین: دارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد			

هدف:

آشنایی دانشجویان با مفهوم معادله دیفرانسیل تصادفی شامل نحوه سفید، تبدیل آن به معادله انتگرال تصادفی ایتو، روش حل برخی از موارد خاص و قضیه وجود و یکتایی جواب و استفاده از نظریه معادلات دیفرانسیل تصادفی در مدل‌سازی پدیده‌های تصادفی است.

سرفصل درس:

تعریف معادله دیفرانسیل تصادفی، مثال‌های معادلات دیفرانسیل تصادفی و روش‌های حل، قضیه وجود و یکتایی جواب، مفهوم جواب قوی و ضعیف، ویژگی‌های مارکوفی و مارکوفی قوی برای جواب معادلات دیفرانسیل تصادفی، مولد فرآیند پخش ایتو، فرمول دینکین، عملگر مشخصه، فرآیند پسر و کلموگراف، فرمول فاینمن-ککس، مسأله مارتینگل، تعویض زمان تصادفی، قضیه گیرساف، کاربرد معادلات دیفرانسیل تصادفی در نظریه مسائل مقدار مرزی، مسأله دیریشله، مسأله یواسن، کاربرد در توقف بهینه: حالت زمانی-همگن و حالت زمانی-ناهمگن، مسائل توقف بهینه شامل انتگرال، ارتباط با نامساوی‌های تغییراتی، کاربرد در کنترل تصادفی، معادله هامیلتن-ژاکوبی-بلمن.

مراجع پیشنهادی:

- 1- Le Gall, Jean-François, *Brownian Motion, Martingales, and Stochastic Calculus*, Springer, 2016.
- 2- Oksendal, B., *Stochastic differential equations: an introduction with applications*, 6ed., Springer, Berlin, 2003.



فارسی		انتگرال تصادفی		عنوان درس	
انگلیسی		Stochastic Integration			
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز	
پایه	اصلی	تخصصی	اختیاری	۴۸	۳
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی
حل تمرین: دارد					
نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد					
آنالیز تصادفی					

هدف :

آشنایی دانشجویان با نظریه انتگرال تصادفی در سطحی پیشرفته تر از آن که در درس آنالیز تصادفی دیده است. در اینجا، انتگرال تصادفی فرآیندهای پیش‌بینی‌پذیر نسبت به مارتینگل‌های موضعی با شرایط مناسب آموزش داده می‌شود. به علاوه، صورت تعمیم‌یافته فرمول ایتو و کاربردهای آن نیز بیان می‌شود.

سرفصل درس:

مجموعه‌ها و فرآیندهای پیش‌بینی‌پذیر، بازه‌های تصادفی، اندازه روی مجموعه‌های پیش‌بینی‌پذیر، تعریف انتگرال تصادفی، توسعه تعریف انتگرال به انتگرالدها و انتگرال‌گیرهای موضعی، فرمول جانشین‌سازی، فرآیند تغییرات مرتبه دوم و ویژگی‌های آن، L^2 - مارتینگل‌ها و انتگرال نسبت به آنها، فرمول ایتوی یک بعدی، فرمول ایتوی چندبعدی، کاربردهای فرمول ایتو، زمان موضعی و فرمول تاناکا، حرکت براونی بازتاب‌یافته، تعویض زمان، تعویض اندازه، معادلات دیفرانسیل تصادفی، قضیه وجود و یکتایی در حالت لیپ‌شیتز، جواب‌های ضعیف و قوی، ویژگی مارکوفی قوی برای جواب‌ها، اندازه‌های تصادفی، قضیه نمایش مارتینگلی.

مراجع پیشنهادی:

- 1- Chung, K.L., and Williams, R.J., *Introduction to Stochastic Integration*, 2nd Ed., Birkhauser, Boston, 1990.
- 2- Protter, P., *Stochastic Integration and Differential Equations*, 3rd Ed., Springer-Verlag, 2004.



عنوان درس		فارسی		نظریه معادلات دیفرانسیل پاره‌ای تصادفی									
		انگلیسی		Theory of Stochastic Partial Differential Equations									
نوع واحد				تعداد واحد		تعداد ساعت		دروس پیش نیاز					
پایه		اصلی		تخصصی		اختیاری		۳		۴۸		آنالیز تصادفی	
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد					
حل تمرین: دارد													

هدف:

آشنایی دانشجویان با انواع معادلات دیفرانسیل پاره‌ای تصادفی، مفهوم جواب قوی، معادلات تحولی تصادفی در فضاهای هیلبرت و مطالبی درباره نظریه کیفی معادلات دیفرانسیل پاره‌ای و برخی کاربردها.

سرفصل درس:

یادآوری تعریف انتگرال تصادفی ایتو و ویژگی‌های اصلی آن، فرمول ایتو و کاربردهای آن، تعریف معادله دیفرانسیل پاره‌ای تصادفی، معادلات دیفرانسیل پاره‌ای تصادفی مرتبه اول، معادلات سهموی تصادفی از قبیل معادله انتقال حرارت تصادفی، معادله واکنش-پخش، معادلات سهموی با نوفه لوی، معادلات هذلولوی تصادفی از قبیل معادله موج تصادفی، معادله موج نیمه‌خطی و معادله موج روی دامنه‌های بی‌کران، آشنایی با معادلات تحولی تصادفی روی فضاهای هیلبرت، مارتینگل‌های هیلبرت-مقدار، انتگرال تصادفی در فضاهای هیلبرت، فرمول ایتو، معادلات تحولی تصادفی، جواب ملایم و جواب قوی و رابطه آن‌ها، رفتار مجانبی جواب‌ها و بررسی مطالبی مانند کراننداری و پایداری جواب‌ها، روش تابع لیاپانف، اندازه‌های ناورد، اختلال‌های تصادفی کوچک، انحراف‌های بزرگ، بیان برخی از کاربردها مانند معادله برگز تصادفی، معادله شروودینگر تصادفی، معادله کان-هیلارد و پایداری آن، معادله ناویه-استوکس تصادفی.

مراجع پیشنهادی:

1. Chow, P. L., *Stochastic partial differential equations*, 2nd Edition, CRC Press, 2015.
2. Liu, W. and Röckner, M., *Stochastic Partial Differential Equations: An Introduction*, Springer-Verlag, 2015.



عنوان درس		فارسی		فرآیند لوی					
		انگلیسی		Levy Process					
نوع واحد		تعداد واحد		تعداد ساعت		دروس پیش نیاز			
پایه		۳		۴۸		آنالیز تصادفی			
اختیاری									
اصلی		نظری		عملی		نظری		عملی	
نظری		عملی		نظری		عملی		نظری	
عملی		نظری		عملی		نظری		عملی	
حل تمرین: دارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد							

هدف: در این درس، دانشجویان با فرآیندهای لوی و ساختار آن‌ها آشنا می‌شوند و به آنالیز تصادفی لوی می‌پردازند.

سرفصل درس: توزیع‌های بی‌نهایت‌بار تقسیم‌پذیر و خواص آنها، نمایش لوی-خینچین توزیع‌های بی‌نهایت‌بار تقسیم‌پذیر، فرآیندهای با نموهای مستقل و مانا، تعریف فرآیندهای لوی، حرکت بروانی، فرآیند پواسون ترکیبی، فرآیندهای گاما، اندازه تصادفی پواسون و خواص آن، نمایش لوی-خینچین برای فرآیندهای لوی، فرآیندهای تبعی و خواص آنها، اولین زمان گذر در فرآیندهای لوی، آنالیز تصادفی فرآیند لوی، فرمول ایتو، معادلات دیفرانسیل تصادفی نسبت به نوفه لوی، قضیه وجود و یگانگی، حل ضعیف و رابطه آن با معادله دیفرانسیل پاره‌ای، شار تصادفی لوی، ویژگی مارکوفی جواب‌ها، فرمول فاینمن-ککس و مسائل مارتننگلی.

مراجع پیشنهادی:

1. Applebaum D., *Levy Processes and Stochastic Calculus*, 2ed Cambridge Uni. Press, 2009
2. Bertoin, J., *Levy Processes*. Cambridge University Press, 1996.
3. Kyprianou, A. *Fluctuations of Levy Processes*. 2nd Springer, 2014.
4. Sato, K., *Levy Processes and Infinitely Divisible Distributions*, 2rd, Cambridge Univ. Press, 2014.



عنوان درس		فارسی		حسابان مَلیوان و کاربردهای آن					
		انگلیسی		Malliavin Calculus with Applications					
نوع واحد				تعداد واحد		تعداد ساعت		دروس پیش نیاز	
پایه	اصلی		تخصصی		اختیاری		۳	۴۸	آنالیز تصادفی
	عملی	نظری	عملی	نظری					
	عملی	نظری	عملی	نظری					
حل تمرین: دارد				نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد					

هدف:

آشنایی دانشجویان با انتگرال وینر چندگانه و حساب دیفرانسیل و انتگرال ملیوان و کاربردهای آن به ویژه در ریاضی مالی.

سرفصل درس:

حسابان ملیوان متناهی-بعد، بسط آشوبی وینر-ایتو، انتگرال اسکرخود، عملگر اورنشتاین-اولنیک، عملگر مشتق، مشتق بر حسب بسط آشوبی، عملگر انتگرال یا دیورژانس، حسابان با انتگرال وینر چندگانه، انتگرال ایتو، فرمول کلارک-اوکان، محک‌های پیوستگی مطلق و همواری قانون‌های احتمال، انتگرال تصادفی نسبت به نوفه رنگی، معادلات دیفرانسیل پاره‌ای تصادفی شامل نوفه رنگی، منظم بودن جوابهای معادلات دیفرانسیل پاره‌ای تصادفی به تعبیر ملیوان، فرمول بلک-شولز و کاربرد در ریاضی مالی.

مراجع پیشنهادی:

- 1- Sanz-Sole, M., *Malliavin Calculus with Applications to Stochastic Partial Differential Equations*, CRC Press, EPFL Press, 2005.
- 2- Oksendal, B., *An Introduction to Malliavin Calculus with Applications to Economics*, University of Oslo, 1997.



عنوان درس		فارسی		فرآیندهای تصادفی مانای ضعیف	
		انگلیسی		Weakly Stationary Stochastic Processes	
نوع واحد		تعداد واحد		تعداد ساعت	
پایه		اختیاری		دروس پیش نیاز	
اصلی		تخصصی		نظریه اندازه و احتمال	
عملی		نظری		۴۸	
نظری		عملی		۳	
نظری		عملی		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد	
حل تمرین: دارد					

هدف:

هدف این درس آشنایی دانشجویان با فرایند تصادفی ضعیف مانا، نگاه گوسی به فرایندهای مانا، پیشبینی، نظریه طیفی فرایندهای مانا است.

سرفصل درس:

مروری بر تعریف فرایندهای تصادفی و انواع آن، فرایندهای مانای ضعیف و خواص آنها، تابع خودکوریانس و خود-همبستگی، قضیه بوخنر، اندازه‌های تصادفی با نمونه‌های متعامد (یا مستقل) و خواص آن، انتگرال تصادفی نسبت به اندازه‌های تصادفی با نمونه‌های متعامد و قضیه‌های همگرایی مربوط به آن، نمایش طیفی برای فرایندهای مانا، تجزیه وُلد، مروری بر فضاها، هیلبرت و عملگرهای ایزومتری، ایزومتری کلموگراف، پیش‌بینی سرهای زمانی مانا، فرایندهای گوسی مانا و نمایش طیفی آنها، خواص فرایندهای گوسی مانا، آشنایی با فرایندهای میانگین متحرک خود-بازگشتی و خواص آنها و پیش‌بینی این فرایندها.

مراجع پیشنهادی:

- 1- Ash, R. B. and Gardner, M. F., *Topics in Stochastic Processes*, Academic Press, 1975.
- 2- Brockwell, P. J. and Davis, A., *Time Series: Theory and Methods*, 2nd ed., Springer-Verlag, 1991.
- 3- Lamperti, J., *Stochastic Processes: A Survey of the Mathematical Theory*, Springer-Verlag, 1977.
- 4- Lindgren, G., *Stationary Stochastic Processes: Theory and Applications*, CRC Press, 2012.



عنوان درس		فارسی		فرآیندهای پخش									
		انگلیسی		Diffusion Processes									
نوع واحد		تعداد واحد		تعداد ساعت		دروس پیش نیاز							
پایه		اصلی		تخصصی		اختیاری		۴۸		۳		نظریه معادلات دیفرانسیل تصادفی	
نظری		عملی		نظری		عملی							
حل تمرین: دارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد											

هدف:

هدف این درس عبور دانشجویان از حسابان تصادفی مقدماتی به مطالب پیشرفته فرآیند پخش (انتشار) است. در این درس به مطالبی مانند مولد فرآیند پخش، مسئله مارتینگل‌ها و رابطه فرآیند پخش فرآیند با معادلات دیفرانسیل پاره‌ای که بوسیله مولد این فرآیند بدست می‌آید، پرداخته می‌شود. در نهایت به فرآیند پخش مجرد اشاره خواهد شد.

سرفصل درس:

حل قوی و ضعیف معادلات دیفرانسیل تصادفی با ضرایب لپ‌شیتز، فرآیند پخش، خاصیت مارکف قوی و ضعیف، مولد فرآیند پخش ایتو، فرمول دینکین، معادله پسرولکموگراف، حلال مولد، فرمول فاینمن-کانتس، مسئله مارتینگل استروک-وارادان، قضیه‌های گیرسائف-مارتین، مسئله شرایط مرزی، مسئله دیریکله، مسئله پواسون، مسئله مخروط برای معادلات دیفرانسیل پاره‌ای بیضوی، همگرایی ضعیف، توزیع شرطی و قضیه‌های توسیع، فضای توابع پیوسته، مارتینگل و فشرده‌گی، مسیرهای فرآیندهای مارکف منظم، اندازه وینر منظم، اصل ماکزیمم برای معادلات دیفرانسیل سهموی، آشنایی با فرآیندهای پخش مجرد، فرآیندهای فلر و هانت، نظریه پتانسیل و فرآیند ری.

مراجع پیشنهادی:

- 1- Chung, Kai Lai, Walsh, John B., *Markov Processes, Brownian Motion, and Time Symmetry*, Springer-Verlag, 2005.
- 2- Holden, E., Oksendal, B., Ubøe, J., and Zhang, T., *Stochastic Partial Differential Equations*, 2th Ed., Springer, 2010.
- 3- Revuz, D., Yor, M., *Continuous Martingales and Brownian Motion*, Springer-Verlag, 1999.
- 4- Stroock, D. W. and Varadhan, S.R.S., *Multidimensional Diffusion Processes*, Springer-Verlag, 2006.



عنوان درس		فارسی		گراف‌های تصادفی								
		انگلیسی		Random Graphs								
نوع واحد										تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش‌نیاز
پایه		اصلی		تخصصی		اختیاری		۳	۴۸			
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی					
حل تمرین: دارد نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد												
نظریه اندازه و احتمال												

هدف:

آشنایی با گرافهای تصادفی و کاربردهای آن به خصوص در شبکه‌ها.

سرفصل درس:

- مدل گراف تصادفی اردوش-رینی (حالت زیر بحرانی، حالت ابر بحرانی، مولفه بزرگ، قضیه حد مرکزی برای مولفه بزرگ، رفتار بحرانی، آستانه همبندی، دنباله درجات)
- مدل‌های اتصال وابسته به درجات (دنباله درجات، تجمع اندازه برای دنباله درجات، امید ریاضی درجه‌ها، ماکسیمم درجه‌ها)
- مدل‌های دنیای کوچک! (مدل واتس-استروگاتس، طول مسیرها، مدل‌های اپیدمی، مدل آیزینگ و پاتس، مدل تماسی)

مراجع پیشنهادی:

- 1- Bollobas, B., *Random graphs*. 2nd Ed., Cambridge: Cambridge University Press, 2008.
- 2- Frieze and MichałKaroński, *Introduction to Random Graphs*, Cambridge University Press, 2016.
- 3- Hofstad, R. van der., *Random graphs and complex networks. Vol. I*, Cambridge University Press, 2017.
- 4- Janson, S., Luczak, T. and Rucinski, A., *Random graphs*, John-Wiley, 2000.



عنوان درس		فارسی		نظریه نشت								
		انگلیسی		Percolation Theory								
نوع واحد										تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز
پایه		اصلی		تخصصی		اختیاری		۳	۴۸	نظریه پیشرفته احتمال		
											عملی	نظری
حل تمرین: دارد								نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد				

هدف: آشنایی دانشجو با نظریه نشت و کاربردهای آن.

سرفصل درس:

- نشت رأسی و یالی (مقدمات، پدیده‌های بحرانی، قانون صفر-یک و احتمال نشت، ناپدیدیهی بودن آستانه نشت، نابرابری‌های BK و FKG، فرمول روسو، مقدار دقیق آستانه در نشت یالی دو بُعدی، اندازه متوسط خوشه‌ها، طول همبستگی، کاهش نمایی در حالت زیر بحرانی، یکتایی خوشه نامتناهی در حالت ابر بحرانی، نشت بر شبکه منتهی)
- نشت جهت‌دار (قضیه ارگودیک زیرجمعی، نشت جهت‌دار در بُعد دو، فرآیند یالی چپ و راست، مقایسه آستانه نشت جهت‌دار و بدون جهت،)
- نشت پیوسته (مقدمه‌ای بر نشت خالی و پر، انواع پارامترهای بحرانی، ناپدیدیهی بودن پارامترهای بحرانی، احتمال گذر و کاهش نمایی، معادل بودن پارامترهای بحرانی با تعاریف مختلف، کسر پوشیده شده فضا، یکتایی ناحیه بی‌کران خالی و پر، وابستگی به شکل).

مراجع پیشنهادی:

- 1- Bollobás B. and Riordan, O., *Percolation*, Cambridge University Press, 2006.
- 2- Grimmett, G., *Percolation*. 2nd Ed., Springer, 1999.
- 3- Hofstad, R. van der., *Random graphs and complex networks. Vol. I*, Cambridge University Press, 2017.



عنوان درس		فارسی		فرآیندهای تصادفی مجموعه مقدار									
		انگلیسی		Set-Valued Stochastic Processes									
نوع واحد		تعداد واحد		تعداد ساعت		دروس پیش نیاز							
پایه	اصلی	تخصصی		اختیاری		۴۸	۳	فرآیندهای تصادفی پیشرفته					
		عملی	نظری	عملی	نظری			عملی	نظری	عملی	نظری		
حل تمرین: دارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد											

هدف:

آشنایی دانشجویان با انگیزه‌های پیدایش توابع مجموعه مقدار در نظریه کنترل، نظریه بازیها، آنالیز ناهموار و اقتصاد ریاضی و مدلسازی نوع تصادفی مسائل مربوط به این حوزه‌ها به زبان شمول‌های دیفرانسیلی تصادفی.

سرفصل درس:

تعریف تابع مجموعه مقدار، دامنه و برد و نمودار تابع مجموعه مقدار، تعریف تصویر وارون و ویژگی‌های آن، تابع‌های مجموعه مقدار نیم پیوسته بالایی و نیم پیوسته پایینی، تابع‌های مجموعه مقدار اندازه پذیر، انتخاب پیوسته، انتخاب اندازه پذیر، مجموعه‌های تجزیه پذیر، انتگرال توابع مجموعه مقدار، فرآیندهای تصادفی مجموعه مقدار، امید شرطی متغیرهای تصادفی مجموعه مقدار، انتگرال تصادفی مجموعه مقدار، شمول‌های دیفرانسیلی تصادفی، شمول‌های تابعی تصادفی، قضیه‌های وجود جواب برای شمول‌های دیفرانسیلی تصادفی، شمول‌های دیفرانسیلی پاره‌ای، کاربرد آنالیز تصادفی مجموعه مقدار در مسائل کنترل بهینه تصادفی.

مرجع پیشنهادی:

1- Kisielewicz, M., *Stochastic Differential Inclusions and Applications*, Springer-Verlag, New York, 2013.



عنوان درس		فارسی		روش‌های عددی در معادلات دیفرانسیل تصادفی	
انگلیسی		Numerical Methods in Stochastic Differential Equations			
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	درس پیش‌نیاز	
پایه	اصلی	تخصصی	اختیاری	۴۸	۳
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی
حل تمرین: دارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد			

هدف:

هدف از این درس، آشنایی دانشجویان با روش‌های حل عددی معادلات دیفرانسیل تصادفی و کاربردهای آنها در مواجهه با مسایل کاربردی در شاخه‌های مختلفی چون فیزیک، مکانیک، مالی و غیره خواهد بود.

سرفصل درس:

مروری اجمالی بر حسابان تصادفی و تعاریف انتگرال ایتو و استراتونویچ، خواص حرکت براونی و بررسی روش‌های مختلف برای شبیه‌سازی مسیرهای آن، بررسی خواص جواب یک معادله دیفرانسیل تصادفی با نویز گاوسی و نویز بواسونی، معرفی بسط تیلور-ایتو تصادفی و به‌دست آوردن روش اویلر-مارویاما و روش میلستاین، معرفی مفهوم سازگاری برای طرح‌های عددی تصادفی، بررسی مفاهیم مرتبه همگرایی قوی و ضعیف، معرفی خانواده روش‌های رونگه-کوتای تصادفی، معرفی خانواده روش‌های چند-گامی تصادفی، معرفی مفهوم پایداری تصادفی و انواع آن (پایداری میاتگین مربعات، پایداری مجانبی، پایداری نمایی، معرفی روش‌های با طول گام متغیر برای گسسته‌سازی معادلات دیفرانسیل تصادفی، کاربردهای معادلات دیفرانسیل تصادفی در فیزیک، مکانیک، مالی و سایر شاخه‌ها.

مراجع پیشنهادی:

1. Kloeden, P. E. & Platen, E. (1999). *Numerical Solution of Stochastic Differential Equations*, Vol. 23 of *Appl. Math.*, Springer-Verlag, Third printing.
2. Kloeden, P. E., Platen, E. & Schurz, H. (2003). *Numerical Solution of SDEs through Computer Experiments*, Springer, Third corrected printing.
3. Milstein G. (1995). *Numerical Integration of Stochastic Differential Equations*, Dordrecht, Kluwer.
4. Platen, E. & Bruti-Liberati, N. (2010). *Numerical Solution of Stochastic Differential Equations with Jumps in Finance*, Springer.



عنوان درس		فارسی		روش‌های عددی در معادلات دیفرانسیل پاره‌ای تصادفی	
		انگلیسی		Numerical Methods in Stochastic Partial Differential Equations	
نوع واحد		تعداد واحد		تعداد ساعت	
پایه		اختیاری		دروس پیش‌نیاز	
اصلی		تخصصی		نظریه معادلات	
عملی		نظری		دیفرانسیل پاره‌ای	
عملی		عملی		تصادفی	
حل تمرین: دارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد			

هدف:

هدف از این درس، آشنایی دانشجویان با روش‌های حل عددی معادلات دیفرانسیل پاره‌ای تصادفی و کاربردهای آن‌ها در بررسی مدل‌های ریاضی پدیده‌های طبیعی مانند انتقال حرارت و موج و روش‌های عددی در تحلیل مسائل ریاضی مالی است.

سرفصل درس:

مروری بر آنالیز عددی شامل دوره روش تفاضلات متناهی، روش عناصر متناهی و نتایج اساسی در نظریه تقریب، آشنایی با معادله دیفرانسیل تصادفی انتقال حرارت (سه‌موی) و معادله دیفرانسیل تصادفی موج (هذلولوی)، مثالهای پایه‌ای از این معادلات، خوش-طرح بودن، وجود و یکتایی جواب، بررسی همواری جواب تصادفی و گشتاورهای آن، تقریب عددی مسیرهای جواب با روش تفاضلات متناهی (در زمان)، تقریب عددی مسیرهای جواب با روش عناصر متناهی (در مکان)، شبیه سازی به کمک روش مونت-کارلو، نرخ همگرایی قوی و ضعیف، محاسبه خطای گشتاور مرتبه دوم و مرتبه p ام، حل عددی معادلات تصادفی یا نوفه لوی.

مراجع پیشنهادی:

- 1- Walsh, J. B., *Finite Element Methods for Parabolic Stochastic PDSE's*, in *Potential Analysis*, 23(2005), 1-43.
- 2-Lord, G.J., and Powell Catherine, E., and Shardlow, T., *An Introduction to Computational Stochastic PDE's*. Cambridge University Press, 2014.



عنوان درس		فارسی	آنالیز تصادفی روی خمینه‌ها
		انگلیسی	Stochastic Analysis on Manifolds
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعات
پایه		اختیاری	دروس پیش‌نیاز
اصلی		تخصصی	انتگرال تصادفی و هندسه خمینه‌ها
نظری		نظری	۴۸
عملی		عملی	۳
نظری		نظری	ندارد
عملی		عملی	نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد

هدف:

هدف از این درس، آشنایی دانشجویان با هندسه دیفرانسیل تصادفی، چگونگی تعریف حرکت براونی روی خمینه‌ها و آنالیز تصادفی روی خمینه‌ها است.

سرفصل درس:

آشنایی با هندسه دیفرانسیل تصادفی، میدان‌های تانسوری، انتگرال‌های مسیری تصادفی، مارتینگل روی خمینه‌ها، مارتینگل روی زیرخمینه‌ها، عملگر بلترامی-لایلاس، حرکت براونی روی خمینه‌ها، مثال‌هایی از حرکت براونی، تابع فاصله، فرآیندهای شعاعی، نیمگروه انتقال حرارت و حرکت براونی، رفتارهای مجانبی، پل براونی، مسأله دیریشله، خمینه‌های شعاعی متقارن، جفت‌شدگی حرکت براونی، معادله انتقال حرارت روی فرم‌های دیفرانسیلی، فرمول‌های گاوس-بونه-چرن، جبرهای کلیفورد و گروه‌های اسپین، قضیه شاخص عطیه-سینگر، هولونومی براونی، آنالیز روی فضاهای مسیری، قضیه نمایش مارتینگلی، نامساوی‌های سوبولف لگاریتمی.

مراجع پیشنهادی:

- 1- Elworthy, K.D., *Stochastic Differential Equations on Manifolds*, London Math. Soc. Lecture Note Series, Cambridge University Press, 1982.
- 2- Hsu, Elton P., *Stochastic Analysis on Manifolds*, AMS, 2001.



عنوان درس		فارسی		فرآیندهای تصادفی پایدار	
Stable Stochastic Processes		انگلیسی			
نوع واحد		تعداد واحد		تعداد ساعت	
پایه		اختیاری		دروس پیش نیاز	
اصلی		تخصصی		نظریه اندازه و احتمال	
عملی		نظری		عملی	
عملی		نظری		عملی	
حل تمرین: دارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد			

هدف:

در این درس دانشجو با فرایندهای پایدار و برخی کاربردهای آن آشنا می‌شوند

سرفصل درس:

متغیرهای تصادفی پایدار (چهار تعریف متفاوت آن)، تابع مشخصه متغیر تصادفی پایدار، خواص توزیعی متغیرهای تصادفی پایدار، امید ریاضی متغیرهای تصادفی پایدار، بردارهای تصادفی پایدار و خواص توزیعی آن‌ها، متغیرهای تصادفی پایدار مختلط مقدار و خواص آن‌ها، اندازه‌های تصادفی پایدار و خواص آن‌ها، انتگرال تصادفی نسبت به اندازه‌های تصادفی پایدار و خواص آن‌ها (در حالت حقیقی و مختلط مقدار)، حرکت پایدار، فرآیند پایدار کسری و خواص آن، نمایش طیفی فرآیندهای پایدار و خواص آن، برخی کاربردهای فرآیند پایدار در مطالعه فضاهای باناخ، مروری بر فرآیندهای ماکس-پایدار.

مراجع پیشنهادی:

- 1- Janicki, A. and Weron, A., *Simulation and Chaotic Behavior of α -Stable Stochastic Processes*, Marcel - Dekker, 1994.
- 2- Nikias, C. L. and Shao, M., *Signal Processing with Alpha-Stable Distributions and Applications*, Wiley, 1995.
- 3- Nolan, J. P., *Stable Distributions - Models for Heavy Tailed Data*, Birkhauser, 2017.
- 4- Samorodnitsky, G. and Taqqu, M., *Stable Non-Gaussian Random Processes*, Chapman and Hall, 1995.
- 5- Sato, K., *Levy Processes and Infinitely Divisible Distributions*. 2nd Ed., Cambridge University Press, 2016.
- 6- Uchaikin, V. V. and Zolotarev, V. M., *Chance and Stability*. Utrecht, VSP Press, 1999.



عنوان درس		فارسی		روش های احتمالاتی در آنالیز ریاضی	
		انگلیسی		Probabilistic Methods in Analysis	
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز	
پایه	اصلی	تخصصی	اختیاری	۳	۴۸
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی
حل تمرین: دارد					
نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد					
نظریه معادلات دیفرانسیل تصادفی					

هدف:

در این درس دانشجویان با برخی از کاربردهای مهم روش های تصادفی و استفاده از ابزارهای نظریه احتمال در آنالیز ریاضی مانند کاربرد در نظریه پتانسیل، انتگرال های تکین و نظریه توابع تحلیلی آشنا می شوند.

سرفصل درس:

دوره مفاهیمی از نظریه احتمال مانند مارتینگل ها و انتگرال تصادفی، مسأله دیریشله، ظرفیت شوکه، پتانسیل نیوتنی و توابع گرین، اصل مرزی هارنک، مرز مارتین و دامنه های لیپ شیتز، مسأله طول عمر شرطی، قضیه فانتو، تکیه گاه اندازه همساز، توابع ماکسیمال، تبدیل های هیلبرت، تبدیل های ریس، توابع لیتلود-پالی، عملگرهای انتگرالی تکین، فضای ناوردایی همدیس، برد توابع تحلیلی، رفتار مرزی توابع تحلیلی، اندازه همساز.

مرجع پیشنهادی:

1- Bass, Richard, F., *Probabilistic Techniques in Analysis*, Springer-Verlag, 1995.



عنوان درس		فارسی	شبهه سازی
		انگلیسی	
Simulation			
نوع واحد	تعداد واحد	تعداد ساعت	درس پیش نیاز
پایه	۳	۴۸	نظریه اندازه و احتمال
اصلی			
نظری	اختیاری		
عملی	نظری	عملی	نظری
عملی	عملی	عملی	عملی
حل تمرین: دارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد	

هدف:

توانایی برای شبهه سازی کامپیوتری پدیده ها و مسأله های تصادفی، آشنایی با مسائل نظری شبهه سازی و روش های کارآمدتر کردن شبهه سازی.

سرفصل درس:

تولید اعداد تصادفی، شبهه سازی متغیرهای تصادفی گسسته، شبهه سازی متغیرهای تصادفی پیوسته، شبهه سازی بردارهای تصادفی گاوسی، تحلیل آماری نتایج شبهه سازی، روش های کاهش واریانس (متغیرهای متضاد، متغیر کنترل، شرطی سازی، نمونه گیری طبقه ای، نمونه گیری متناسب با اهمیت)، شبهه سازی به کمک زنجیرهای مارکوف، MCMC (الگوریتم متروپولیس-هستینگز، الگوریتم نمونه گیری گیبس).

مراجع پیشنهادی:

- 1- Casella, G. and George, E., *Monte Carlo Statistical Methods*, 2ed, Springer, 2004.
- 2- Liu, J., S., *Monte Carlo Strategies in Scientific Computing*, 2ed, 2004.
- 3- Ross, S., *Simulation*, Academic Press, 53d, 2013.



عنوان درس		فارسی		ماتریس‌های تصادفی					
		انگلیسی		Random Matrices					
نوع واحد				تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش‌نیاز			
پایه	نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	۴۸
حل تمرین: دارد				نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد					
نظریه اندازه و احتمال									

هدف:

آشنایی با مدل‌های اولیه ماتریس‌های تصادفی، تحلیل طیفی، روش‌های تحلیل و نقاط ضعف و قوت آنها.

سرفصل درس:

مقدمات احتمال (قانون اعداد بزرگ، قضیه حد مرکزی، قضایای تجمع اندازه)، مقدمات جبرخطی (مقادیر ویژه، عملگرها و ماتریس‌های هرمیتی، قضیه نمایش طیفی، قضیه مینیمکس کورانت-فیشر، نابرابری‌های طیفی، مقادیر تکین)، مدل‌های ماتریس تصادفی (مدل $i.i.d.$ ، مدل متقارن ویگنر، مدل هرمیتی ویگنر، مدل گاوسی متعامد GOE ، مدل گاوسی یکثابتی GUE ، ...)، رفتار حدی نرم ماتریس تصادفی (روش گشتاورها)، قانون نیم‌دایره (روش گشتاورها، تبدیل اشتیلیس)، توزیع توأم مقادیر ویژه در ماتریس‌های گاوسی، توزیع توأم مقادیر ویژه در ماتریس‌های یکثابتی، توزیع مارچنکو-پاستور برای مقادیر تکین، فرایندهای دترمینانی، احتمال آزاد.

مراجع پیشنهادی:

- 1- G. Anderson, A. Guionnet, O. Zeitouni, *An introduction to Random Matrices*, Cambridge Studies in Advanced Mathematics (118), Cambridge University Press, Cambridge, 2010.
- 2- Terence Tao, *Topics in Random Matrix Theory*, Graduate Studies in Mathematics, American Mathematical Society, 2012.



عنوان درس		فارسی		اصل انحرافات بزرگ و کاربردهای آن	
		انگلیسی		Large Deviations with Applications	
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	درس پیش نیاز	
پایه	اصلی	تخصصی		اختیاری	
		عملی	نظری	عملی	نظری
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی
حل تمرین: دارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد			

هدف:

در این درس به مطالعه اصل انحرافات بزرگ برای فرایندهای تصادفی گسسته زمان و فرایندهای تصادفی با پارامتر پیوسته پرداخته می‌شود. اصل انحرافات بزرگ به مطالعه قضایای حدی در فرایندهای تصادفی می‌پردازد که دارای کاربردهای فراوانی از جمله در بیمه، دستگاه‌های دینامیکی، فیزیک آماری و شبیه‌سازی‌های آماری است.

سرفصل درس:

اصل انحرافات بزرگ برای دنباله متغیرهای مستقل و هم‌توزیع، قضیه کرامر، قضیه ساتو برای اندازه‌های تجربی، نظریه عمومی اصل انحرافات بزرگ در فضاهاى مجرد، اصل لاپلاس، لم وارادان، اصل انقباض، اصل انحرافات بزرگ برای دنباله متغیرهای وابسته، قضیه گارتنر-اليس، کاربردهای این نظریه در آزمون‌های آماری و قدم‌زدن تصادفی در محیط تصادفی، اصل انحرافات بزرگ برای حرکت براونی و قضیه شیلدر، اصل انحرافات بزرگ برای فرایندهای پخش.

مراجع پیشنهادی:

- 1- Hollander, F., *Large deviations*, Fields Institute Monographs, American Mathematical Society, 2000.
- 2- Dembo, A. and Zeitouni, O., *Large Deviations, Techniques and Applications*, 2nd Ed., Springer-Verlag, 2009.
- 3- Freidlin, M. and Wentzell M., *Random Perturbation of Dynamical Systems*, Springer-Verlag, 1998.
- 4- Deuschel, and Stroock, D., *Large Deviations*, Academic Press, New York, 1989.



عنوان درس		فارسی		میدان‌های تصادفی	
انگلیسی		Random fields			
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش‌نیاز	
پایه	اصلی	تخصصی	اختیاری	۴۸	۳
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی
حل تمرین: دارد					
نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد					

هدف:

آشنایی با مبحث میدان‌های تصادفی، نمایش‌ها و ویژگی‌های هندسی تحقق‌های آن.

سرفصل درس:

میدان‌های تصادفی روی فضای اقلیدسی، توزیع‌های متناهی-بُعد و میدان‌های گاوسی، میدان‌های تصادفی مانا و همسانگرد، تابع‌های کوواریانس مهم، تبدیل‌های خطی میدان‌های تصادفی گاوسی، مشتق‌پذیری و پیوستگی میدان‌های تصادفی و به‌ویژه گاوسی و مشتق میدان‌های تصادفی گاوسی، بسط‌های متعامد و بسط کارهون-لونه، انتگرال تصادفی چند پارامتری، نمایش طیفی و گشتاورهای طیفی، میدان‌های تصادفی گاوسی-مارکوفی (GMRF)، ویژگی شرطی GMRF، میدان‌های تصادفی گاوسی-مارکوفی ناسره، همواری میدان‌های تصادفی، شرط هلدر و میدان‌های تصادفی نمایه- β ، صفحه براونی و میدان‌های کسری، مسأله گذر از سطح (level crossing) در میدان‌های تصادفی گاوسی و کسینوسی، مسأله ماکسیمای موضعی، احتمال‌های برون‌گشت و روش جمع دوگانه، هندسه صحیح و مشخصه اویلر (و توابع مرس)، گشتاورهای مشخصه اویلر مجموعه‌های برون‌گشت، انتگرال اویلر و مسأله شمارش.

مراجع پیشنهادی:

- 1- Adler, R. J. and Jonathan E. T., *Random fields and geometry*. Springer-Verlag, 2009.
- 2- Yaglom, A. M., *Correlation theory of stationary and related random functions: Supplementary notes and references*. Springer-Verlag, 2012.
- 3- Rue, H. and Leonhard H., *Gaussian Markov random fields: theory and applications*. CRC Press, 2005.



عنوان درس		فارسی		فرآیندهای تصادفی نقطه‌ای	
انگلیسی		Point Processes			
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش‌نیاز	
پایه	اصلی	تخصصی	اختیاری		
نظری	عملی	نظری	عملی	فرآیندهای تصادفی کاربردی	
حل تمرین: دارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد		۴۸	
				۳	

هدف: آشنایی با مباحث نظری پیشرفته در فرآیندهای نقطه‌ای فضایی و کاربردهای آن‌ها

سرفصل درس: مشخص‌سازی فرآیندهای نقطه‌ای (اندازه‌های شمارشی، مجموعه‌های تصادفی)، توزیع فرآیندهای نقطه‌ای، توزیع‌های شرطی پالم، الگوهای نقطه‌ای و انواع آن (خوشه‌ای، منظم، تصادفی کامل)، همگنی و ناهمگنی، همسانگردی و ناهمسانگردی، پایایی (Stationarity) گاه تحت عنوان ایستایی نیز خوانده می‌شود) و ناپایایی، گشتاورها و خلاصه‌آماره‌ها (شامل تابع شدت، تابع شدت شرطی پانچللو، تابع K ریبلی (و تابع L ، توابع نزدیک‌ترین همسایگی، تابع فضای خالی) و برآوردگرهای آن‌ها، اندازه‌های گشتاوری کاهش‌یافته، روش‌های تصحیح اثرات لبه (همچون روش‌های تصحیح انتقالی، همسانگرد و آمیخته)، تبدیل‌های فرآیندهای نقطه‌ای (نگاشتن، برهم‌نهی، تنک‌سازی)، فرآیندهای نقطه‌ای متناهی و نامتناهی، استنباط‌های مبتنی بر شبیه‌سازی برای فرآیندهای نقطه‌ای (ناپارامتری، درست‌نمایی، بیزی)، انواع فرآیندهای نقطه‌ای فضایی شامل فرآیندهای نقطه‌ای پواسون، فرآیندهای نقطه‌ای دو جمله‌ای، فرآیندهای نقطه‌ای نیمین-اسکات، فرآیندهای نقطه‌ای گیبس، فرآیندهای نقطه‌ای کاکس، فرآیندهای نقطه‌ای مارکوفی (فرآیندهای نقطه‌ای زوجی (pairwise) شامل فرآیندهای نقطه‌ای نرم‌مغز، سخت‌مغز، ...)، فرآیندهای نقطه‌ای ناحیه-برهم‌کنشی (Area Interaction)، فرآیندهای نقطه‌ای دترمینانی، فرآیندهای نقطه‌ای چندمتغیره، فرآیندهای نقطه‌ای نشاندار (با نشان‌های پیوسته و گسسته)، جابجایی داده‌های گمشده در الگوهای نقطه‌ای، روش‌های برازش مدل‌های فرآیندهای نقطه‌ای (شامل روش Minimum Contrast، روش Composite likelihood و رویکردهای MCMC در چارچوبی بیزی)، روش‌های ارزیابی نیکویی برازش مدل‌های فرآیندهای نقطه‌ای (آزمون‌های پوشش و انحراف، آنالیز مانده‌ها)، تکنیک‌های MCMC مورد نیاز در استنباط آماری فرآیندهای نقطه‌ای از جمله شبیه‌سازی کامل (Perfect Simulation)، الگوریتم تولد و مرگ، الگوریتم متروپولیس-هیستینگس، الگوریتم‌های هیبرید، فرآیندهای نقطه‌ای فضایی-زمانی، آشنایی با بسته نرم‌افزاری spatstat در نرم‌افزار R

✳ از آنجا که ممکن است فرصتی برای تدریس این روش‌ها نباشد، آشنایی با این تکنیک‌ها را می‌توان به عنوان پیش‌نیاز این درس مطرح کرد.

مراجع پیشنهادی:

- 1- Møller, J., Waagepetersen, R., *Statistical Inference and Simulation for Spatial Point Processes*, CRC, 2004.
- 2- Chiu, S. N., Stoyan, D., Kendall, W. S., Mecke, J., *Stochastic Geometry and Its Applications*, 3rd Edition, Wiley, 2013.
- 3- Stoyan, D., and Stoyan, H., *Fractals, Random Shapes and Point Fields: Methods of Geometrical Statistics*, Wiley, 2004.
- 4- Baddeley, A., Rubak, E., Turner, R., *Spatial Point Patterns: Methodology and Applications with R*, CRC, 2015.
- 5- Daley, D.J., Vere-Jones, D., *An Introduction to the Theory of Point Processes*, Springer, 1988 (2008).
- 6- Diggle, P.J., *Statistical Analysis of Spatial Point Patterns*, 2nd Edition, Arnold, 2003.



عنوان درس		فارسی	معادلات دیفرانسیل تصادفی پسرو						
		انگلیسی	Backward Stochastic Differential Equations						
نوع واحد				تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز			
پایه	اصلي		تخصصي		اختياري		۳	۴۸	نظريه معادلات دیفرانسیل تصادفی
	عملی	نظري	عملی	نظري	عملی	نظري			
حل تمرین: دارد				نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد					

هدف:

مطالعه معادلات دیفرانسیل پسرو، انواع توسعه یافته آن و آشنایی با کاربردهای این دسته از معادلات دیفرانسیل.

سرفصل درس:

فرآیند ایتوی پسرو، معادلات دیفرانسیل تصادفی پسرو با زمان نهایی قطعی، مسأله وجود و یکتایی جواب، قضیه مقایسه، معادلات دیفرانسیل پسرو یا ضرایب لیپشیتز، معادلات دیفرانسیل پسرو با ضرایب یکنوا، معادلات دیفرانسیل پسرو خطی، معادلات دیفرانسیل پسرو با زمان نهایی تصادفی، کاربرد در نظریه کنترل بهینه تصادفی، کاربرد در ریاضیات مالی مانند (ارزگذاری مطالبات مشروط و نظریه مطلوبیت بازگشتی)، کاربرد در معادلات دیفرانسیل پاره‌ای، کاربرد در هندسه دیفرانسیل.

مراجع پیشنهادی:

1- Pardoux, Etienne, Rascanu, A., *Stochastic Differential Equations, Backward SDE's, Partial Differential Equations*, Springer-Verlag, Switzerland, 2014.

2-Young, J., and Ma, J., *Forward-Backward Stochastic Differential Equations and their Applications*, Springer LNM, 2007.



عنوان درس		فارسی		عملگرهای خطی تصادفی								
		انگلیسی		Stochastic Linear Operators								
نوع واحد										تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز
پایه		اصلی		تخصصی		اختیاری		۳	۴۸	آنالیز تصادفی و آنالیز تابعی		
											نظری	
نظری		عملی		نظری		عملی		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد				
حل تمرین: دارد												

هدف:

آشنایی با روشهای احتمالاتی در نظریه عملگرها

سرفصل درس:

اندازه روی فضاهای لهستانی، بردارهای (عناصر تصادفی) روی فضای لهستانی، مثالهای مهم فضای لهستانی، قضیه اسکروخود برای عناصر تصادفی روی فضای لهستانی، اندازههای منظم، خانواده اندازههای تنگ، تکیه گاه یک اندازه، همگرایی ضعیف روی فضای لهستانی، قضیه نگاشت پیوسته، قضیه اسکروخود، متریک پروهورف، قضیه پروهورف، فشردگی نسبی، تابع مشخصه (یگاتگی، پیوستگی لوی)، متغیرهای تصادفی باناخ-مقدار، متغیرهای تصادفی عملگر-مقدار، انتگرال بوخنر و ویژگیهای آن، عملگر میانگین و عملگر کوواریانس، عملگرهای خطی تصادفی، عملگرهای تصادفی گاوسی، عملگرهای تصادفی متقارن، عملگرهای تصادفی خودالحاقی، نمایش طیفی عملگرهای تصادفی متقارن، مارتینگلها در فضاهای باناخ، همگرایی مارتینگلها در فضاهای باناخ، مارتینگلهای عملگر-مقدار، فرآیند وینر روی فضاهای باناخ، انتگرال تصادفی نسبت به مارتینگلهای عملگر-مقدار، معادلات عملگری تصادفی خطی، آشنایی با نیمگروههای عملگرهای تصادفی، آشنایی با نظریه نقطه ثابت تصادفی، معادلات انتگرال خطی تصادفی، معادلات انتگرال غیرخطی تصادفی.

مراجع پیشنهادی:

- 1- Skorohod, A.V., *Random Linear Operators*, Reiderl Pub. Co., Dordrecht, 1984.
- 2-Bharucha-Reid, A.T., *Random Integral Equations*, Academic Press, 1972.
- 3- Da Prato G., *An Introduction to Infinite Dimensional Analysis*, Springer-Verlag, 2006.



عنوان درس		فارسی	روش‌های احتمالاتی در ترکیبیات			
		انگلیسی	Probabilistic Methods in Combinatorics			
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش‌نیاز		
پایه	اصلی	تخصصی	اختیاری	نظری	عملی	نظریه اندازه و احتمال
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نظریه اندازه و احتمال
حل تمرین: دارد						نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد

هدف:

آشنایی با کاربرد احتمال در نظریه ترکیبیات.

سرفصل درس:

مقدمات و احتمال و امکان، خطی بودن امید ریاضی، دگرگونی، گشتاور دوم، لم موضعی، نابرابری‌های همبستگی، تجمع اندازه و مارتینگل‌ها، پارادایم پواسون، انتروپی و شمارش، گراف‌های تصادفی، مساله دیسکریپشنی

مرجع پیشنهادی:

1- Alon, N. and Spencer, J., *Probabilistic Methods in Combinatorics*, Wiley Series in Discrete Mathematics and Optimization, 4th Edition 2015



عنوان درس		فارسی		روش‌های احتمالاتی در مدل‌های ژنتیکی	
		انگلیسی		Probabilistic Methods in Genetic Models	
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش‌نیاز	
پایه	اصلی	تخصصی	اختیاری	عملی	نظری
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی
حل تمرین: دارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد			
انالیز تصادفی		۳	۴۸		

هدف:

بهره‌گیری از روش‌های احتمالاتی در مطالعه مدل‌های ژنتیک جمعیت

سرفصل درس:

فرایندهای شاخه‌ای، فرایندهای بیانیمه-گالتن-واتسون، فرایندهای بیانیمه-گالتن-واتسون زمان پیوسته، همگرایی به فرایند شاخه‌ای پیوسته، فرایندهای شاخه‌ای پیوسته، جمعیت‌های اندازه-ثابت، ساده‌ترین مدل رایت-فیش، مدل رایت-فیش با جهش، مدل رایت-فیش با گزینش، ادغام (coalescent)، مدل Cannings، ۳،۲، ادغام کینگمن (Kingman's coalescent)، مدل‌های ریاضی برای ال‌ها (alleles)، مدل (imam) infinitely-many alleles، مدل (imsm) infinitely-many sites

مراجع پیشنهادی:

- 1- Etheridge, A., Some Mathematical Models from Population Genetics, Springer, 2011.
- 2- Etienne, P., Probabilistic Models of Population Evolution, Springer, 2016.
- 3- Haccou, P., Jagers, P. and Vatutin, V. A., Branching Processes: Variation, Growth and Extinction of Populations. Cambridge University Press, 2005.



عنوان درس		فارسی	هندسه تصادفی						
		انگلیسی	Stochastic Geometry						
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز					
پایه		۳	۴۸	اختیاری		تخصصی		اصلی	
نظری				عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نظری
حل تمرین: دارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد							
		آنالیز تصادفی							

هدف:

آشنایی با مباحث پایه‌ای هندسه تصادفی

سرفصل درس:

- فرایندهای نقطه‌ای (فرآیند نقطه‌ای به عنوان مجموعه گسترده، فرآیند نقطه‌ای به عنوان اندازه تصادفی، برچسب‌گذاری، اندازه‌های گشتاوری، تابع‌های مولد، فرآیند بواسون)
- فرایندهای نقطه‌ای ایستا (تعریف ایستایی، اندازه پالم)
- مجموعه‌های بسته تصادفی (مدلی بولی، فرایندهای ذره‌ای)
- فرایندهای تخت (فرایندهای خطی، فرایندهای ابرصفحه‌ای)
- کاشی‌کاری تصادفی (کاشی‌کاری ورونوی، کاشی‌کاری دلونی)
- گراف‌های تصادفی هندسی، نشت گسترده و پیوسته.
- مدل‌های بیشتری از فرایندهای نقطه‌ای (کاکس، دترمینانی، ...)
- فرایندهای نقطه‌ای و کاشی‌کاری در ابعاد بالا
- استریولوژی

مراجع پیشنهادی:



- 1- D. Stoyan, W. Kendall & J. Mecke, *Stochastic Geometry and its Applications*, Wiley, 3ed, 2013.
- 2- R. Schneider and W. Weil, *Stochastic and Integral Geometry*, Springer, 2008.
- 3- D. Daley & D. Vere-Jones, *Introduction to the Theory of Point Processes*, 2ed Springer, 2008.

عنوان درس		فارسی		مارتینگل‌ها در فضاهای باناخ	
		انگلیسی		Martingales in Banach Spaces	
نوع واحد		تعداد واحد		تعداد ساعت	
پایه		اختیاری		دروس پیش‌نیاز	
اصلی		تخصصی		۴۸	
نظری		عملی		۳	
عملی		نظری		احتمال روی فضاهای باناخ	
عملی		نظری		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد	

هدف:

هدف اصلی از این درس، آشنا کردن دانشجو با فضاهای باناخ دارای خاصیت تفاضلات مارتینگلی غیرشرطی است که به‌طور خلاصه فضاهای UMD خوانده می‌شوند. این فضاها تعمیمی از فضاهای هیلبرت هستند که روی آن‌ها انتگرال تصادفی ایتو قابل گسترش است. ویژگی اصلی این نوع فضا، برقراری یک نامساوی برای تفاضلات مارتینگلی با مقادیر در آن فضا است.

سرفصل درس:

سیگما-میدان در فضاهای باناخ، اندازه‌پذیری ضعیف و قوی توابع در فضاهای باناخ، انتگرال بوخنر، قضیه همگرایی تسلطی، قضیه جانشین‌سازی، قضیه فوبینی، فضاهای بوخنر، انتگرال توابع در فضاهای بوخنر، جدایی‌پذیری فضاهای بوخنر، انتگرال پتیس، نامساوی ینسن، دوگان فضاهای بوخنر، دوگانگی و ویژگی رادن-نیکودیم، عملگرها روی فضاهای بوخنر، قضیه مارتسینکیه-ویچ-پلی-زیگموند، درونیایی در فضاهای بوخنر، درونیایی ریس-تورین، درونیایی مارتسینکیه-ویچ، درونیایی مختلط، نامساوی های کلارکسون، درونیایی حقیقی، عملگر ماکسیمال هاردی-لیتوود، نقطه لبگ و مشتق، تبدیل فوری توابع در فضاهای باناخ، مشتق و فضاهای سوبولف برای توابع در فضاهای باناخ، فضاهای سوبولف کسری، امید شرطی متغیرهای تصادفی در فضاهای باناخ، وجود و یکتایی امید شرطی، نامساوی‌های امید شرطی، قضیه‌های حدی برای امید شرطی، پالایه و سازگاری، مارتینگل، قضیه نمایش مارتینگلی پلی-والش، زمان توقف، مارتینگل‌های متوقف شده، نامساوی ماکسیمال دوب، متغیرهای رادمچر و اصل انقباض، نامساوی جان-نیرنبرگ، نامساوی کاهان-خینجین، همگرایی مارتینگل‌های پیشرو و پسرو، قضیه همگرایی مارتینگل‌ها و خاصیت رادن-نیکودیم، تجزیه مارتینگل‌ها، قضیه تجزیه گاندی، قضیه تجزیه دیویس، تبدیل‌های مارتینگلی، الحاقی یک تبدیل مارتینگلی، برونیایی نامساوی‌های تبدیل مارتینگلی، قضیه تعامد تفاضلات مارتینگلی، نوع و ممنوع مارتینگلی، مدل‌های تقریبی برای مارتینگل‌ها و تبدیل‌های مارتینگلی، فضاهای UMD، دنباله تفاضلات مارتینگلی، غیرشرطی بودن و تجزیه غیرشرطی، ویژگی UMD، ساختن فضاهای UMD، کرانداری تبدیل‌های مارتینگلی، ویژگی‌های فضای باناخ ناشی از شرط UMD، توابع بورکهلدر و ثابت‌های UMD، تبدیل هیلبرت و قضیه لیتوود-پلی، آنالیز فوری برای تبدیل‌های هیلبرت، مضرب‌های فوری، کاربرد در فضاهای سوبولف.

مرجع پیشنهادی:

1-Hytonen, T, van Neerven, J., Vraar, M., Weis, L., Analysis in Banach Spaces, vol I: Martingales and Littlewood-Paley Theory, Springer-Verlag, 2016.



عنوان درس		فارسی		انگلیسی		نظریه پایداری معادلات دیفرانسیل تصادفی	
Stability of Stochastic Differential Equations							
نوع واحد		تعداد واحد		تعداد ساعت		دروس پیش نیاز	
پایه		اختیاری		تخصصی		اصلی	
نظری		عملی		نظری		عملی	
حل تمرین: دارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد					

هدف:

یکی از مباحث مهم مرتبط با معادلات دیفرانسیل، نظریه پایداری است. در این درس، هدف بررسی انواع پایداری برای معادلات دیفرانسیل تصادفی به ویژه پایداری نمای گشتاوری و پایداری مسیرها است. همچنین پایداری معادلات دیفرانسیل تصادفی باتأخیر و شبکه‌های عصبی نیز مطالعه می‌شود.

سرفصل درس:

یادآوری از معادلات دیفرانسیل تصادفی، قضیه وجود و یکتایی جواب برای معادلات دیفرانسیل تصادفی، کرانداري در احتمال، جواب‌های تناوبی و وجود آنها، جوابهای مانا، تعریف پایداری و ناپایداری، پایداری مجانبی، پایداری در احتمال، پایداری گشتاوری مرتبه ۲، پایداری گشتاوری مرتبه p ، پایداری (تقریباً همه‌جا) مسیری، پایداری مجانبی نمایی، تابع لیاپانف و نمای لیاپانف، پایداری معادلات دیفرانسیل تصادفی خطی، پایداری معادلات دیفرانسیل تصادفی غیرخطی، پایداری معادلات دیفرانسیل باتأخیر کوچک، پایداری معادلات دیفرانسیل باتأخیر بزرگ، پایداری معادلات دیفرانسیل تابعی، قضیه‌های رازومیخین، نوسان تصادفی، روش‌های پایدارسازی تصادفی، پایداری معادلات دیفرانسیل تصادفی ختشی، پایداری شبکه‌های عصبی تصادفی.

مراجع پیشنهادی:

- 1- Khasminskii, R., Stochastic Stability of Differential Equations, 2nd ed., Springer-Verlag, 2012.
- 2- Mao, X., Exponential Stability of Stochastic Differential Equations, Marcel Dekker, Inc., 1994.
- 3- Mao, X., Stochastic Differential Equations and Application, 2nd ed., Woodhead Pub., 2007.



عنوان درس		فارسی	همگرایی ضعیف
		انگلیسی	Weak Convergence
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعات
پایه		۳	۴۸
نظری		عملی	نظری
اصلی		عملی	نظری
تخصصی		عملی	نظری
اختیاری		عملی	نظری
حل تمرین: دارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد	
آنالیز تصادفی و آنالیز تابعی		دروس پیش نیاز	

هدف: بررسی همگرایی ضعیف در فضاهای تابعی به ویژه فضای لهستانی و به عنوان مهم ترین مثال، فضای توابع پیوسته و فضای توابع از راست پیوسته با حد چپ و اثبات قضیه دانسکر است.

سرفصل درس:

توپولوژی و مجموعه های بول در فضاهای متریک و بخصوص فضای متریک کامل جدایی پذیر (فضای لهستانی)، سیستم پی-لاتدای دینکین، اندازه روی فضاهای لهستانی، بردارهای (عناصر تصادفی) روی فضای لهستانی، مثال های مهم فضای لهستانی، قضیه اسکروخود برای عناصر تصادفی روی فضای لهستانی، اندازه های منظم، خانواده اندازه های تنگ، تکیه گاه یک اندازه، همگرایی ضعیف، قضیه portmanteau روی فضای لهستانی، مجموعه پیوستگی یک اندازه، همگرایی a.s و در احتمال عناصر تصادفی روی فضای لهستانی، قضیه نگاشت پیوسته، قضیه اسکروخود-دادلی، قضیه Wichura، متریک پروخروف و قضیه پروخروف، فشردگی نسبی، تابع مشخصه (یگانگی، قضیه پیوستگی لوی) همگرایی توزیع های متناهی البعد، قضیه دانسکر و قضیه وجود اندازه وینر و حرکت براونی، فضای D، همگرایی و تنگی در فضای D، شرط تنگی الدوس، حد حرکت براونی، حد فرآیند پواسن، قضیه حد مرکزی برای مارتینگل های تفاضلی، مروری بر همگرایی Vague.

مراجع پیشنهادی:

- 1- Bickel, P. and Doksum, K. A., *Mathematical Statistics: Basic Ideas and Selected Topics*, Volume II, CRC Press, 2015.
- 2- Billingsley, P., *Convergence of Probability Measures*, 2nd Edition, Wiley, 1999.
- 3- Kosorok, M. R., *Introduction to Empirical Processes and Semi parametric Inference*, Springer 2008.
- 4- Pollard, D., *Convergence of Stochastic Processes*, Springer. 1984.
- 5- Resnick, S. I., *Heavy-Tail Phenomena, Probabilistic and Statistical Modeling*, Springer, 2007



عنوان درس		فارسی		فرآیندهای تجدید و قدم زدن تصادفی					
		انگلیسی		Renewal Processes and Random Walk					
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش‌نیاز					
پایه	اصلی		تخصصی		اختیاری		۴۸	۳	فرآیندهای تصادفی کاربردی
	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نظری			
حل تمرین: دارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد							

هدف: مطالعه قدم زدن تصادفی که یکی از پایه‌ای‌ترین مباحث در نظریه احتمال است. سپس به مطالعه مباحث پیشرفته‌تر در نظریه قدم زدن تصادفی و نظریه پتانسیل و همچنین مطالعه فرآیند تجدید می‌پردازیم.

سرفصل درس:

قدم زدن تصادفی، خاصیت قوی و ضعیف مارکف، قضیه حد مرکزی موضعی، تقریب قدم زدن تصادفی با حرکت براونی، تابع گرین، مطالعه قدم زدن تصادفی، یک بعدی و چند بعدی، زمان برخورد، قانون آرکسین، نظریه پتانسیل، مسائل دریکله و نیومن، جفت کردن، قدم زدن تصادفی روی گراف، مروری بر پیش‌توابع توزیع و خواص آن مروری بر تبدیل لاپلاس، تعریف فرایند تجدید و خواص مقدماتی آن، معادلات تجدید، فرایند سن و باقیمانده‌ی عمر، انتگرال‌پذیری مستقیم ریمان، قضیه کلیدی تجدید و قضیه بلکول، فرایندهای تجدید مانا و خواص آن، تعریف فرایندهای نوپیدایشی و خواص آن، معادلات تجدید و قضیه اسمیت.

مراجع پیشنهادی:

- 1- Lawler, G.F. and Limic, V., *Random Walk: A Modern Introduction*, Cambridge University Press, 2010.
- 2- Resnick, S., *Adventures in stochastic Processes*, Birkhauser, 1999.



عنوان درس		فارسی		فرآیندهای مارکف								
		انگلیسی		Markov Processes								
نوع واحد										تعداد واحد	تعداد ساعت	درس پیش نیاز
پایه	اصلی	تخصصی		اختیاری		۳	۴۸	آنالیز تصادفی و آنالیز تابعی	حل تمرین: دارد	نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد		
		نظری	عملی	نظری	عملی							

هدف: آشنایی دانشجویان با تعریف کلی فرآیندهای مارکف به عنوان یکی از فرآیندهای تصادفی مهم و مولدهای فرآیندهای مارکف و کاربرد آنها در شناخت فرآیندهای تحولی تصادفی و نظریه پخش است.

سرفصل درس:

یادآوری مفاهیمی از نظریه نیمگروه‌های عملگرهای خطی مانند مولد و قضیه هیل-یوشیدا، یادآوری مفاهیم مهم نظریه مارتننگل‌ها مانند قضیه تجزیه دوب-میر، متریک پروخروف، همگرایی ضعیف، فضای D ، زیرمجموعه‌های فشرده فضای D ، همگرایی در توزیع در فضای D ، محک‌های فشردگی نسبی در فضای D ، فرآیند مارکف و تابع گذر، مسئله مارتننگل: ویژگی‌های کلی، وجود، ویژگی مارکفی و یکتایی و دوگانگی، قضیه‌های همگرایی فرآیندهای مارکف، توزیع‌های مانا، ویژگی مارکفی فرآیند وینر، ویژگی مارکفی در معادلات انتگرال تصادفی، تغییر زمان تصادفی تک پارامتری، تغییر زمان تصادفی چندپارامتری، فرآیندهای مارکف در شبکه صحیح d بعدی، فرآیندهای پخش، اصول ناوردایی برای تقریب‌های فرآیند پخش، مولدهای فرآیند پخش ناتباهیده و تباهیده، فرآیند گالتون-واتسون، فرآیندهای مارکف شاخه‌ای، کاربرد در مدل‌های ژنتیک، فرآیندهای تحول تصادفی.

مرجع پیشنهادی:

1-Ethier, S. N., Kurtz, T. G., *Markov Processes: Characterization and Convergence*, John Wiley & Sons, 1986.



عنوان درس		فارسی	احتمال در ابعاد بالا
Probability in High Dimensions		انگلیسی	
نوع واحد	تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز
پایه	۳	۴۸	نظریه پیشرفته احتمال
اصلی	اختیاری		
عملی	تخصصی		
نظری	عملی		
نظری	نظری		
عملی	عملی		
حل تمرین: دارد			نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد

هدف: آشنایی با پدیده‌های احتمالاتی در ابعاد بالا و کاربردهای آن در تخمین آماری

سرفصل درس:

- قضایای تجمع اندازه برای جمع متغیرهای مستقل
- قضایای تجمع اندازه برای توابع دلخواه از متغیرهای مستقل
- بردارهای تصادفی در ابعاد بالا
- ماتریس‌های تصادفی با ابعاد بزرگ
- تجمع اندازه بدون فرض استقلال
- هندسه اجسام محدب در ابعاد بالا و مقاطع تصادفی آنها
- کاربردها (کران M^* ، تخمین آماری در ابعاد بالا، تخمین کواریانس، نمونه‌برداری فشرده)

مرجع پیشنهادی:

[1] R. Vershynin, High Dimensional Probability, An Introduction with Applications to Data Science,
<http://www-personal.umich.edu/~romanv/papers/HDP-book/HDP-book.pdf>



